



**DANIELA ALVES  
MOTA**

**TAREFAS MATEMÁTICAS PARA PROMOVER O  
RACIOCÍNIO MATEMÁTICO DE ALUNOS DO ENSINO  
BÁSICO**



**DANIELA ALVES  
MOTA**

**TAREFAS MATEMÁTICAS PARA PROMOVER O  
RACIOCÍNIO MATEMÁTICO DE ALUNOS DO ENSINO  
BÁSICO**

Relatório de estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, realizado sob a orientação científica da Doutora Celina Tenreiro Vieira, Professora Auxiliar Convidada no Departamento de Educação da Universidade de Aveiro.

## **o júri**

presidente

Professora Doutora Ana Raquel Gomes São Marcos Simões  
Professora Auxiliar Convidada da Universidade de Aveiro

Professora Doutora Sandra Maria Oliveira Ferrão Lopes  
Professora do Quadro do Agrupamento da Escola Secundária de Seia

Professora Doutora Maria Celina Cardoso Tenreiro Vieira  
Professora Auxiliar Convidada da Universidade de Aveiro (Orientadora)

## **agradecimentos**

Para que fosse possível a concretização deste trabalho foram várias as pessoas que nele estiveram implicadas.

O agradecimento mais profundo à professora Celina Tenreiro Vieira, que orientou verdadeiramente esta investigação, por toda a disponibilidade demonstrada e pelas sugestões tão sábias. Agradeço, ainda, a exigência e o rigor que a caracterizaram, que, aliados a uma enorme paciência, permitiram que este trabalho fosse uma realidade.

Ao professor titular de turma onde decorreu a investigação, Rui Pinheiro, pela colaboração e pela forma simpática e sempre prestável como nos recebeu.

Importa também agradecer aos alunos, implicados no estudo, o seu contributo para que a investigação fosse possível.

Ainda à Ana, colega de Prática Pedagógica, por me ouvir e pelo companheirismo e apoio demonstrados ao longo deste percurso.

À minha família, mãe e avô, por permitirem e incentivarem a continuação da minha formação. Às minhas irmãs que, mesmo com a minha presença tão ausente, me acolheram sempre com tanto carinho.

Para finalizar, quero agradecer ao Rui por me dar parte de si e por cuidar de parte de mim. O seu apoio e incentivo foram e sempre serão fundamentais para me fazerem perseguir os meus objetivos.

A todos os que tornaram possível a realização desta minha formação o meu muito obrigada!

## palavras-chave

Educação Matemática, 2.º CEB, Raciocínio Matemático, Tarefas.

## resumo

É atualmente reconhecida a importância de um ensino da matemática que tenha em consideração o desenvolvimento das capacidades matemáticas dos alunos, abandonando uma visão redutora assente, apenas, na aquisição dos conhecimentos.

Pensar na aprendizagem dos alunos, tendo por base uma mobilização sistemática das capacidades matemáticas, permite prepará-los para os constantes desafios práticos, profissionais e científicos impostos pela sociedade (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

No entanto, estudos internacionais como o TIMSS e o PISA e relatórios de exames nacionais evidenciam fracos desempenhos dos alunos portugueses nos itens que envolvem a capacidade de raciocinar matematicamente.

Neste quadro, desenvolveu-se o presente estudo com a finalidade de selecionar, reformular, implementar e avaliar o contributo de tarefas matemáticas na promoção de capacidades de raciocínio matemático dos alunos.

A investigação foi orientada para a prática, num plano de investigação-ação, desenvolvido numa turma de 6.º ano de escolaridade com 27 alunos.

Para recolher os dados, recorreu-se a um instrumento de análise das produções escritas dos alunos, construído para o efeito, com base no referencial teórico previamente elaborado, relativo às capacidades de raciocínio matemático. Também se usou um questionário no final de cada sessão, um questionário final e, ainda, se recorreu aos registos do diário do investigador.

Com os resultados obtidos, pode-se concluir que as tarefas implementadas, no âmbito deste estudo, contribuíram para promover aprendizagens, uma vez que os alunos mobilizaram capacidades de raciocínio matemático.

Na perspetiva dos alunos, a realização das tarefas contribuiu para serem mais capazes de mobilizar capacidades de RM, especialmente, as capacidades de testar conjecturas e justificar. Além disso, a realização das tarefas contribuiu, também, para que se sentissem mais confiantes quando têm de explicar procedimentos e justificar.

Finalmente, importa acrescentar que os alunos consideraram as tarefas que realizaram, orientadas para promover capacidades de raciocínio matemático, como Interessantes, Divertidas e Desafiantes e expressaram interesse em continuar com a sua realização.

**keywords**

Mathematical Education, 2.º CEB, Mathematical Reasoning, Tasks.

**abstract**

Nowadays, it is acknowledged that it is important to develop the kind of mathematics education that takes into account the students' mathematical skills, abandoning a reductionist view, based only in the acquisition of knowledge

Thinking about students' learning based on a systematic mobilization of mathematical skills, prepares them for the constant practical, professional and scientific challenges imposed by society (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). However, international studies such as TIMSS, PISA and reports based on national exams show poor performances of the Portuguese students in items that require mathematical reasoning.

The present study was developed in order to select, redesign, implement and evaluate the contribution of mathematical tasks in promoting the students' mathematical reasoning skills.

The research was oriented to practice, according to a research-action plan, and was developed in a class with 27 students of the 6<sup>th</sup> grade.

To collect data, was built an instrument of analysis of students' written productions, based on the theoretical framework previously developed on mathematical reasoning. A questionnaire was implemented at the end of each session and a final questionnaire regarding all the sessions. The diary entries of the investigator were also used.

The results obtained suggest that the tasks implemented in this study contributed to promote students' learning by mobilizing mathematical reasoning skills.

From students' point of view, the tasks contributed to promote mathematical reasoning skills, especially the ones that required skills to test conjectures and to justify. Beyond that, the tasks increased the confidence of the students when explaining procedures and justifying.

Finally, it must be added that the students found the performed tasks, aimed to promote mathematical reasoning, as interesting, fun and challenging, and demonstrated interest in continuing with their realization.

## Índice

<b>Índice de Quadros.....</b>	<b>IX</b>
<b>Índice de Figuras .....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de Siglas e Abreviaturas Usadas.....</b>	<b>X</b>
<b>Apresentação do Estudo.....</b>	<b>XI</b>
<b>Capítulo 1– Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1. Contextualização do Estudo .....	1
1.2. Finalidade e Questões de Investigação .....	3
1.3. Importância do Estudo.....	3
<b>Capítulo 2 – Revisão de Literatura .....</b>	<b>5</b>
2.1. Educação em Matemática.....	5
2.1.1. Orientações para uma Educação Matemática de Qualidade .....	5
2.1.2. Currículo português.....	11
2.1.3. Currículo finlandês.....	13
2.2. Raciocínio Matemático.....	15
2.2.1. Caracterização do Raciocínio Matemático .....	15
2.2.2. Promoção do Raciocínio Matemático .....	19
<b>Capítulo 3 – Metodologia da Investigação .....</b>	<b>23</b>
3.1. Opções Metodológicas .....	23
3.2. Caracterização do Contexto de Intervenção: Escola e Sujeitos do Estudo.....	26
3.3. Descrição do Estudo .....	28
3.3.1. Seleção e Reformulação de Tarefas .....	28
3.3.2. Implementação .....	31
3.4. Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados .....	38
3.4.1. Observação: Diário do Investigador .....	39
3.4.2. Inquérito: Questionários.....	40
3.4.3. Análise Documental: Instrumento de Análise das Produções Escritas dos Alunos .....	42
3.5. Tratamento dos Dados: Análise de Conteúdo .....	43

<b>Capítulo 4 – Resultados.....</b>	<b>46</b>
4.1. Contributo das tarefas orientadas para o RM na promoção de capacidades de RM dos alunos .....	46
4.2. Representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM .....	65
4.3. Opinião dos alunos sobre as tarefas orientadas para promover capacidades de RM.....	68
 <b>Capítulo 5 – Conclusões .....</b>	 <b>73</b>
5.1. Síntese Conclusiva dos Resultados .....	73
5.2. Limitações da Investigação .....	76
5.3. Sugestões para Trabalhos Futuros .....	77
5.4. Considerações Finais .....	78
 <b>Apêndices.....</b>	 <b>81</b>
Apêndice A. Tarefas Matemáticas.....	82
Apêndice B. Questionário Final .....	96
Apêndice C. Instrumento de Análise das Produções dos Alunos.....	101
Apêndice D. Quadro Ilustrativo de Registo das Capacidades de RM Mobilizadas .....	103
 <b>Referências Bibliográficas .....</b>	 <b>105</b>



## Índice de Quadros

<b>Quadro 1.</b> Caracterização dos alunos quanto ao género e à idade .....	27
<b>Quadro 2.</b> Capacidades de RM tidas em consideração na reformulação das tarefas de RM.....	30
<b>Quadro 3.</b> Capacidades de RM focadas em cada questão das várias tarefas .....	30
<b>Quadro 4.</b> Calendarização das sessões implementadas .....	31
<b>Quadro 5.</b> Técnicas e instrumentos de recolha de dados e momentos de aplicação .....	39
<b>Quadro 6.</b> Mobilização de capacidades de RM, em cada questão de cada tarefa (frequência absoluta e relativa).....	47
<b>Quadro 7.</b> Representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas .....	66
<b>Quadro 8.</b> Opinião dos alunos sobre as tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM.....	69
<b>Quadro 9.</b> Ordenação das tarefas, pelos alunos, relativamente ao <i>Interesse, Gosto, Desafio e Dificuldade</i> .....	70

## Índice de Figuras

<b>Figura 1.</b> Diagrama de Mason, Burton e Stacey (2010, p. 59) sobre o ciclo de conjecturas.....	17
<b>Figura 2.</b> Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 1 .....	49
<b>Figura 3.</b> Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 1 .....	49
<b>Figura 4.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 3.....	50
<b>Figura 5.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 5.....	51
<b>Figura 6.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 5.....	51
<b>Figura 7.</b> Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 6 .....	52
<b>Figura 8.</b> Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 6 .....	52
<b>Figura 9.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 3.....	53
<b>Figura 10.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 3.....	53
<b>Figura 11.</b> Resposta de um aluno à questão 3, da tarefa 5.....	54
<b>Figura 12.</b> Resposta de um aluno à questão 3, da tarefa 5.....	54
<b>Figura 13.</b> Resposta de um aluno à questão 3.b), da tarefa 6 .....	55
<b>Figura 14.</b> Resposta de um aluno à questão 3.b), da tarefa 6 .....	56

<b>Figura 15.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 8.....	57
<b>Figura 16.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 8.....	57
<b>Figura 17.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 3.....	58
<b>Figura 18.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 3.....	58
<b>Figura 19.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 7.....	58
<b>Figura 20.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 7.....	59
<b>Figura 21.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 8.....	59
<b>Figura 22.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 8.....	60
<b>Figura 23.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 2.....	61
<b>Figura 24.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 2.....	61
<b>Figura 25.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 2.....	61
<b>Figura 26.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 2.....	61
<b>Figura 27.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 4.....	62
<b>Figura 28.</b> Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 4.....	63
<b>Figura 29.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 4.....	63
<b>Figura 30.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 4.....	63
<b>Figura 31.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 7.....	64
<b>Figura 32.</b> Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 7.....	64

### **Lista de Siglas e Abreviaturas Usadas**

**APM** – Associação de Professores de Matemática

**CEB** – Ciclo do Ensino Básico

**NCTM** – National Council of Teachers of Mathematics

**NEE** – Necessidades Educativas Especiais

**OCDE** – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

**PISA** – Programme for International Student Assessment

**PPS** – Prática Pedagógica Supervisionada

**RM** – Raciocínio Matemático

**SPM** – Sociedade Portuguesa de Matemática

**TIMSS** – Trends in International Mathematics and Science Study

## **Apresentação do Estudo**

O presente relatório de estágio surge no âmbito da unidade curricular de segundo semestre, Prática Pedagógica Supervisionada (PPS) B2, do Mestrado em Ensino dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (CEB). Durante o primeiro semestre, a prática foi desenvolvida num contexto de 1.º CEB e, no segundo semestre, no 2.º CEB. Neste último contexto, numa turma de 6.º ano de escolaridade, onde decorreu a PPS de matemática, foi desenvolvida esta investigação.

A investigação teve como finalidade averiguar o contributo de tarefas matemáticas que foram selecionadas, reformuladas e implementadas, na promoção de capacidades de Raciocínio Matemático (RM) dos alunos. Nesse sentido, pretendeu-se indagar sobre o contributo das tarefas orientadas para o RM na promoção de capacidades de RM. Procurou-se, também, conhecer as representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM. Teve-se, ainda, como propósito recolher a opinião dos alunos sobre as tarefas, orientadas para promover capacidades de RM.

Relativamente à estrutura do relatório, este encontra-se organizado em cinco capítulos sequenciais, isto é, que se encadeiam de forma lógica, para que cada um suporte o subsequente.

No capítulo um inclui-se a contextualização inerente ao estudo, a finalidade e as questões de investigação que se definiram e, num último ponto, retrata-se a importância do desenvolvimento deste trabalho.

No segundo capítulo apresenta-se a revisão de literatura, que suporta teoricamente a investigação desenvolvida, subdividida em dois pontos. O primeiro diz respeito à educação em matemática, mais concretamente, a princípios e orientações para uma educação matemática de qualidade e às orientações curriculares, no caso português e finlandês. Num segundo ponto aborda-se o raciocínio matemático de acordo com a perspetiva de diversos autores, focando, explicitamente, capacidades de raciocínio e, ainda, sintetizando estratégias de atuação do professor, para a promoção destas mesmas capacidades, em sala de aula.

No capítulo três referem-se as opções metodológicas; caracteriza-se o contexto e os participantes no estudo; descreve-se o processo de seleção, reformulação e implementação das tarefas; e, finalmente, explicitam-se as técnicas de recolha e de análise de dados.

O capítulo quatro contém os resultados obtidos nesta investigação, tendo sido norteado a partir das questões de investigação. No primeiro ponto, apresentam-se os resultados relativos à questão i) Qual o contributo das tarefas orientadas para o RM na promoção de capacidades de RM dos alunos?. Seguidamente apontam-se os resultados referentes à questão ii) Quais as representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM?. Para finalizar este capítulo, relatam-se os resultados referentes à questão iii) Qual a opinião dos alunos sobre as tarefas orientadas para promover capacidades de RM?.

No quinto capítulo encontra-se a síntese conclusiva dos resultados, as limitações do estudo, as sugestões para futuras investigações e, ainda, as considerações finais.

No final do relatório incluem-se os apêndices, onde constam as tarefas e o questionário final implementados, bem como o instrumento de análise e o quadro de registo ilustrativo das produções escritas dos alunos.

Finalmente, enumeram-se as referências bibliográficas a que se remeteu ao longo do trabalho.

## **Capítulo 1– Introdução**

Este capítulo encontra-se organizado em três pontos. No primeiro é realizada a contextualização do estudo, no segundo elencam-se a finalidade e as questões de investigação e, finalmente, no terceiro destaca-se a importância do desenvolvimento deste estudo.

### **1.1. Contextualização do Estudo**

Para a realização do presente estudo foi tida em consideração a importância atribuída às capacidades matemáticas referida em documentos de organismos internacionais, como é o caso do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2008), bem como posições assumidas por investigadores de educação matemática (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Pereira & Ponte, 2011; Matos, 2005; Rodrigues, 2009). Das capacidades mais referidas, por todos os autores, destacam-se a Resolução de Problemas, o Raciocínio Matemático e a Comunicação Matemática.

Neste quadro e após a leitura de relatórios de estudos internacionais como o Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) e o Programme for International Students Assessment (PISA) e os relatórios dos exames nacionais, optou-se por focar, no estudo realizado, apenas uma das capacidades matemáticas, mais concretamente, o RM.

No estudo do TIMSS, em que Portugal apenas participou nos anos de 1995 e 2011, é avaliado o desempenho de alunos de 4.º e 8.º anos de escolaridade, em matemática e ciências. No que respeita à matemática, avalia a dimensão do conteúdo, concretamente, Números, Formas Geométricas e Medida e Apresentação de Dados e a dimensão cognitiva, especificamente, Aplicar, Conhecer e Raciocinar. Analisando o caso português, que em 2011 apenas participou com alunos do 4.º ano de escolaridade, constata-se que se encontra entre os doze países que melhorou o seu desempenho. Focando, somente, a dimensão cognitiva, verificou-se que os alunos portugueses apresentam um fraco desempenho no Conhecer e Raciocinar (ProjAVI, 2012).

O estudo PISA avalia a literacia em leitura, matemática e ciências de alunos de 15 anos, privilegiando, em cada ciclo, uma destas áreas para avaliação. De uma forma geral, desde a primeira participação de Portugal, em 2000, pode-se afirmar que os desempenhos têm vindo a melhorar. No estudo mais recente, em 2012, cujo domínio principal foi a matemática, Portugal conseguiu uma pontuação que o colocou, pela primeira vez, na média da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento

Económico (OCDE). Na distribuição dos resultados por níveis de proficiência, Portugal conseguiu reduzir a percentagem de alunos nos níveis mais elementares e aumentar a percentagem de alunos nos níveis mais exigentes (ProjAVI, 2013). Apesar destes resultados satisfatórios, o relatório “Results in focus: What 15-year-olds know and what they can do with they know” (OCDE, 2014) aponta, aos alunos portugueses, dificuldades em aplicar de forma útil os conhecimentos adquiridos, de questionar a sua própria compreensão e de gerar e testar alternativas. Neste panorama, o mesmo documento sugere que se criem oportunidades para que se desenvolvam, de forma prioritária, as habilidades de raciocínio.

Relativamente a este último estudo importa destacar que as melhorias significativas ocorreram no momento em que se encontrava em vigor o Programa de Matemática homologado em 2007. Desde então, foram elaboradas Metas Curriculares (MEC, 2012) e o programa foi revogado para dar lugar ao Programa de Matemática para o Ensino Básico (MEC, 2013). Importa ter este facto em consideração e, num próximo estudo do PISA, perceber o impacte do preconizado nestes novos normativos nos resultados alcançados pelos alunos.

Ao analisar o Relatório dos Exames Nacionais 2012, do Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE, 2013), constata-se que o pior desempenho ocorre, frequentemente, em itens relacionados com o raciocínio matemático. O mesmo tema tem igual destaque nas propostas de intervenção didática, aconselhando-se, para todos os anos de escolaridade, o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e, particularmente no ensino secundário, o raciocínio demonstrativo.

Entende-se, deste modo, que o RM é uma vertente fundamental na promoção de um ensino de matemática de qualidade, pois só desta forma poderá ser visto como um todo lógico e coerente (NCTM, 2008; Ponte, Mata-Pereira & Henriques, 2012).

Atendendo ao que foi explanado, a presente investigação, surge com a clara intenção de promover capacidades de RM dos alunos, pela implementação de tarefas matemáticas orientadas para a promoção dessas mesmas capacidades. Além disso, as estratégias implementadas e as preocupações que lhes estiveram subjacentes poderão orientar os professores do 2.º CEB na definição das suas estratégias de ensino e, deste modo, ser um auxílio no trabalho que permite melhorar a proficiência dos seus alunos.

## **1.2. Finalidade e Questões de Investigação**

Decorrente do exposto no ponto anterior, a realização deste estudo tem como principal finalidade selecionar, reformular, implementar e avaliar o contributo de tarefas orientadas para promover capacidades de RM de alunos do 2.º CEB.

Tendo este propósito foram formuladas as questões, que se apresentam de seguida, a que se pretende dar resposta com esta investigação, a saber:

- i) Qual o contributo das tarefas orientadas para o RM na promoção de capacidades de RM dos alunos?
- ii) Quais as representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM?
- iii) Qual a opinião dos alunos sobre as tarefas orientadas para promover capacidades de RM?

## **1.3. Importância do Estudo**

Depreende-se a importância da educação em matemática pela obrigatoriedade que lhe é conferida em todos os currículos, ao longo de toda a escolaridade. O que, efetivamente, se pretende é uma escola que desenvolva profissional, prática e cientificamente os alunos, enquanto futuros membros de uma sociedade que se encontra em constante progresso (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Deste modo, na atualidade é amplamente aceite que o ensino na matemática não se deve constituir apenas por procedimentos de cálculo isolados. Como, desta forma, não se promove o contacto com modos de pensar fundamentais da matemática, não se garante que os alunos sejam capazes de mobilizar os conhecimentos quando expostos a diferentes situações (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Nesta panorâmica tem sido atribuído um papel de relevo às capacidades matemáticas, nomeadamente ao raciocínio matemático, pois a sua mobilização permite aprender matemática com compreensão. Por outras palavras, para que os alunos percebam e acreditem que a matemática faz sentido, devem aprendê-la em compreensão e tal só pode ser alcançado se os alunos forem capazes de mobilizar as suas capacidades de raciocínio (NCTM, 2008).

O NCTM (2008) conceptualiza o raciocínio como um hábito mental, defendendo que, tal como com todos os hábitos, este deverá ser desenvolvido pela utilização sistemática e continuamente modificado pelas experiências a que se é sujeito. Quer isto dizer que “se queremos valorizar as capacidades de pensamento dos alunos, teremos de

criar condições para que eles se envolvam em actividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 25).

Com esta visão compreende-se que se aconselhe na Brochura “A Experiência Matemática no Ensino Básico” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008) que os alunos tenham, frequentemente, oportunidade de explicar, justificar, formular conjecturas e procurar prova, como forma de mobilizarem o raciocínio, em contexto de sala de aula.

Não obstante todo o conhecimento sobre a influência das capacidades matemáticas, nas aprendizagens dos alunos, estudos internacionais e relatórios de exames nacionais evidenciam uma preocupação com o fraco desempenho dos alunos nos itens que envolvem o raciocínio matemático.

Neste quadro, afigurou-se pertinente desenvolver esta investigação, uma vez que se pretende que os alunos mobilizem as capacidades de raciocínio matemático, pela resolução de tarefas matemáticas que apelam, explicitamente, a diferentes capacidades de raciocínio. No caso concreto desta investigação apelou-se à formulação e teste de conjecturas, à explicação de procedimentos, à justificação e à argumentação.

Para além da promoção das capacidades de RM dos alunos, o estudo poderá ser orientador para os professores que demonstrem preocupação nesta área, atendendo ao que tem vindo a ser defendido por organismos internacionais e por investigadores em educação matemática. Este trabalho poderá auxiliar na mudança e/ou implementação de práticas educativas promotoras de capacidades de RM dos alunos.

Finalmente, constitui-se como um contributo para a investigação matemática, no que a esta temática diz respeito. Como esta investigação avaliou o contributo das tarefas matemáticas, que foram seleccionadas e reformuladas, na promoção de capacidades de RM, os resultados obtidos podem ser sugestivos para a reflexão sobre as práticas educativas, bem como para o desenvolvimento de outras investigações.



## **Capítulo 2 – Revisão de Literatura**

O presente capítulo apresenta uma revisão de literatura estruturada em torno de dois pontos norteadores: Educação em Matemática e Raciocínio Matemático.

### **2.1. Educação em Matemática**

Neste primeiro ponto explicitam-se os princípios fundamentais para uma educação matemática de qualidade. Posteriormente, faz-se uma abordagem das orientações curriculares de matemática, focando, especificamente, os casos português e finlandês.

#### **2.1.1. Orientações para uma Educação Matemática de Qualidade**

“Aprender Matemática é um direito básico de todas as pessoas – em particular, de todas as crianças e jovens – e uma resposta a necessidades individuais e sociais”(Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 17).

A frase com que se abre o presente ponto é sintetizadora da importância da educação em matemática, com o intuito de satisfazer as necessidades matemáticas dos cidadãos, neste caso especificamente as crianças e jovens, para que se possa garantir o seu desenvolvimento pleno.

A compressão da matemática revela-se essencial para o dia-a-dia, pois as tarefas do quotidiano envolvem, cada vez mais, a matemática aliada à tecnologia, de tal modo que implicam que se domine este saber. Acresce o facto de profissionalmente os locais de trabalho serem mais exigentes em termos de conhecimentos matemáticos, utilização do raciocínio e capacidade de resolução de problemas. Além da finalidade social e profissional da aprendizagem matemática, reconhece-se a sua importância para integração futura numa comunidade científica. Finalmente, aprende-se matemática por ser uma herança cultural pela qual se deverá desenvolver apreço (NCTM, 2008; Ponte & Serrazina, 2000).

Pensar a escola, neste caso concreto o ensino da matemática, como promotora destas finalidades, vai além de uma visão da matemática escolar que Ponte, Matos e Abrantes (1998) denominam de autossuficiente, isto é, que encerra em si mesma todos os conhecimentos definidos no currículo, sem estabelecer ligação com a realidade e necessidades dos alunos.

Assim sendo, independentemente da finalidade com que se aprende, os alunos merecem e necessitam de uma boa educação matemática. Para a prossecução deste ideal, a escola deve ser pensada como um espaço onde os alunos têm oportunidade de aprender matemática com professores experientes, em ambientes equitativos e desafiadores e, também, bem equipados tecnologicamente (NCTM, 2008).

Embora reconhecendo o caminho que a investigação tem apontado como desejável, há evidências que “tornam claro que os alunos não estão a aprender a matemática que necessitam ou que se espera que aprendam” (NCTM, 2008, p.5). Algumas razões apontadas, no mesmo documento, para justificar esta realidade prendem-se com o facto de os alunos não terem oportunidades de desenvolver aprendizagens significativas e/ou um currículo que não os cativa e/ou uma fraca implicação dos mesmos na aprendizagem.

Deste modo, estando-se conhecedor da necessidade de mudança da realidade descrita, torna-se imprescindível uma descrição, mais detalhada, de uma educação matemática de qualidade. Nesse sentido, apontam-se os princípios que se devem garantir para se atingir esse propósito, de acordo com um organismo internacional de referência para a educação matemática, o National Council of Teachers of Mathematics (2008), a saber: equidade, ensino, aprendizagem, tecnologia, avaliação e currículo.

Um sistema de ensino deverá garantir o princípio da equidade, isto é, permitir o acesso ao ensino da matemática a todos os alunos desde o pré-escolar ao 12.º ano, independentemente das suas origens, características pessoais ou capacidades físicas (NCTM, 2008). Este mesmo princípio é garantido, em Portugal, pela Lei Bases do Sistema Educativo (1986, p. 3068), no artigo 2.º, ao assegurar que todos os portugueses têm direito à educação e a uma “justa e efetiva igualdade de oportunidades no acesso e sucesso escolares”.

O mesmo documento (1986) alerta para se ter em consideração o respeito pelas personalidades e a valorização dos diferentes saberes e culturas. De igual modo, salienta que se deve assegurar às crianças com Necessidades Educativas Especiais (NEE) as condições necessárias ao seu pleno desenvolvimento.

Por outras palavras, as características específicas de cada aluno deverão ser tidas em consideração na seleção de métodos e estratégias de ensino, com vista à aquisição dos conhecimentos e desenvolvimento das capacidades matemáticas, por parte de todos os alunos.

Para se alcançar este princípio, o NCTM (2008, p. 13) aconselha a manter-se as expectativas elevadas em relação a todos os alunos, uma vez que “a matemática pode e deve ser aprendida por todos os alunos”. No entanto, há que suportar a aprendizagem com métodos de apoio eficazes, disponibilizando os recursos necessários a todos os alunos.

Neste sentido, compreende-se que ensinar matemática seja “uma tarefa complexa, e não existem receitas fáceis para que todos os alunos aprendam ou todos os professores sejam, de facto, eficientes” (NCTM, 2008, p. 17).

Para promover um bom ensino da matemática, Alves e Matos (2008, p. 2) defendem uma estratégia que consiste em implicar as vivências dos alunos nos temas a abordar na sala de aula, ao afirmar que “a matemática que se ensina deve ser permeável e estar de acordo com o contexto social no qual opera e com o fenómeno educacional em que está inserida”.

Canavarro (2011, p. 17) aponta uma outra estratégia ao incentivar à criação de uma cultura de sala de aula

Em que os alunos sejam encorajados a participar activamente, a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber do dos outros, a ouvir, a falar, a explicar, a questionar e a contribuir de forma construtiva para o apuramento de um saber comum com validade matemática.

Neste contexto, o professor assume o papel de “multiconhecedor”, uma vez que precisa de estar preparado para os diversos desafios que se lhe colocam. Assim, para o exercício da sua função, necessita de conhecimentos profundos da matemática, dos objetivos curriculares, correspondentes a cada ano de escolaridade, de estratégias pedagógicas, das conceções dos alunos, bem como de avaliação. A mobilização de todos estes conhecimentos permite uma gestão adequada do currículo, das planificações das aulas, das tarefas e, ainda, das respostas às dúvidas dos alunos (NCTM, 2008).

Neste quadro, importa referir que os professores mais competentes são os que procuram uma constante reflexão sobre a prática, quer no decurso da própria ação, quer posteriormente à ação, para que possam melhorar as suas práticas e crescer profissionalmente (Alarcão, 1991). São também estes professores que procuram formação frequente para se enriquecerem ou conhecerem novas práticas.

Focando, especificamente, a aprendizagem dos alunos, defende-se, de acordo com o NCTM (2008), que ser competente na área da matemática implica demonstrar flexibilidade de raciocínio, para se conseguir aplicar o que foi aprendido numa situação, num outro contexto, como também para aprender, mais facilmente, ao encadear os conhecimentos novos nos já adquiridos.

Para tal dever-se-á trabalhar numa teia interligada de conteúdos e de capacidades com vista à promoção da compreensão matemática, no lugar da memorização e mecanização das ideias.

Esta aprendizagem com compreensão deverá ser incentivada por programas escolares, associada a uma escolha criteriosa de tarefas, diversificadas e interessantes, e potenciada pelo envolvimento efetivo dos alunos, ao longo dos anos de escolaridade (Leite & Delgado, 2012). Além disso, o ambiente de sala de aula deverá deixar espaço para o aluno colocar as suas dúvidas, cabendo ao professor o papel de encorajar e valorizar a exposição dos contributos e/ou das dificuldades dos seus alunos (Ponte & Serrazina, 2000). O uso de materiais didáticos revela-se, igualmente, fundamental, uma vez que satisfaz a natural necessidade de exploração e experimentação. Sobre este assunto, Ponte e Serrazina (2000) alertam para o facto de os materiais terem de ser, efetivamente, utilizados pelos alunos e os professores informarem, claramente, sobre quais as tarefas que requerem o uso dos materiais e o seu propósito.

Alguns desses materiais podem ser de natureza tecnológica, como o caso do computador ou da calculadora. Assim, importa refletir sobre a utilização das tecnologias ao serviço da educação, assumindo, desde logo, que a tecnologia influencia, significativamente, o modo como a matemática é ensinada e, também, a forma como é aprendida (NCTM, 2008).

Considerando a importância que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) assumem na sociedade atual, Pinto e Cabrita (2005) advogam a sua utilização no ensino como um sistema que permite otimizar o processo de ensino e aprendizagem, bem como desenvolver um trabalho de análise crítica dos conteúdos suportados pelas TIC, promovendo, desta forma, o desenvolvimento do pensamento crítico. Também Caridade (2012, p. 946) sublinha o poder das TIC, no ensino da matemática, como promotoras do “raciocínio estratégico, do espírito crítico, da discussão de ideias entre grupos de trabalho, dentro dos grupos, com a turma inteira ou com o professor”.

O poder da tecnologia, ao proporcionar imagens das ideias matemáticas e ao facilitar a representação de dados e a realização de cálculos, permite repensar a forma

como a matemática é ensinada. Contudo, a tecnologia não deverá obstar ao desenvolvimento da compreensão e intuição, antes pelo contrário, deverá conseguir estimulá-las. Tal é possível, pois quando se disponibilizam ferramentas tecnológicas, os alunos podem concentrar-se mais na reflexão e transpor, mais rapidamente, os procedimentos rotineiros (NCTM, 2008).

Ao professor cabe o papel de garantir que a tecnologia é utilizada de modo adequado. Desde logo, deverá fazer uma criteriosa seleção ou criação de tarefas matemáticas que, tirando partido da tecnologia, permitam a promoção da aprendizagem. Além disso deverá promover momentos de discussão sobre o trabalho que foi desenvolvido com recurso às tecnologias. Destaca-se, como fundamental, o envolvimento ativo do professor para que os alunos não criem a ilusória impressão de que a tecnologia permite, facilmente, substituir o professor (NCTM, 2008).

O trabalho desenvolvido pelos alunos, com ou sem recurso aos materiais didáticos, deverá ser avaliado, como forma de regular a aprendizagem, as práticas pedagógicas e, ainda, de certificar as aprendizagens realizadas e competências desenvolvidas (Abrantes, 2002; NCTM, 2008).

O que se pretende é uma avaliação integrada nas atividades da sala de aula, em vez de se constituir como momentos de interrupção das mesmas (NCTM, 2008). Realizar apenas avaliações de cariz sumativo, isto é, aquela que avalia os alunos em momentos específicos como forma de “balanço final” (final do ano, do período, da unidade de ensino, ...), poderá não permitir a construção de uma imagem completa sobre a aprendizagem dos alunos (NCTM, 2008; Cortesão, 2002; Silva, 2009).

A avaliação deve ser pensada de acordo com os princípios da consistência entre os processos de avaliação e as aprendizagens a alcançar; da diversidade de técnicas e instrumentos; do carácter formativo, evidenciando as aprendizagens dos alunos e reajustando procedimentos para superar as dificuldades encontradas; e, finalmente, da transparência, garantindo o rigor e a clareza dos critérios adotados (Abrantes, 2002; Nunes & Ponte, 2005).

O professor deve conhecer os objetivos do ensino, as diversas técnicas e instrumentos de avaliação e, sobretudo, ser competente na interpretação da informação proveniente desses instrumentos. Deste modo, terá ao seu dispor informação pertinente para definir o processo de ensino futuro e auxiliar os alunos a compreenderem e melhorarem a sua aprendizagem, de forma contínua e sistemática. Quando estas

preocupações enformam a ação do professor, estamos perante aquilo que se designa por uma avaliação formativa (NCTM, 2008; Cortesão, 2002; Silva, 2009).

As aprendizagens alvo de avaliação deverão ser alicerçadas no currículo, pois nele encontra-se o que os alunos irão aprender ao longo da sua formação académica (NCTM, 2008).

Roldão (2009, p. 592) entende o currículo como um “corpo de saberes que se consideram necessários e cuja garantia de apropriação tem estado socialmente cometida à escola”. Do mesmo modo Canavarro (2003) defende que o currículo apresenta um lado oficial, intimamente ligado à política educativa do país, mas vai mais longe e afirma que requer envolvimento do professor, dos alunos e do contexto, uma vez que terá de ser concretizado nessa realidade específica. Na mesma lógica, Brocardo (2001, p. 24), acredita que “o currículo é pois uma prática que se constrói a partir de um processo contínuo de decisão que não pode ser separado dos contextos em que ocorre e das pessoas que nele intervêm”.

Algumas preocupações são por demais evidentes quando se elabora um currículo. Desde logo, deve-se garantir uma articulação coerente dos conteúdos programáticos, ao longo dos diferentes anos de escolaridade, para evitar repetições e revisões desnecessárias (NCTM, 2008).

Outra das preocupações centra-se na definição das finalidades e objetivos para garantir aos alunos “uma experiência matemática escolar formativa e gratificante” (Ponte, Matos & Abrantes, 1998, p. 313). Esses objetivos devem incluir aspetos do domínio dos conhecimentos, das capacidades e das atitudes e valores (Ponte, Matos & Abrantes, 1998; Abrantes, Serrazina & Oliveira; 1999; NCTM, 2008). Como não haveria tempo para trabalhar cada capacidade em sala de aula, o desafio está, de acordo com Rodrigues (2009, p. 40), no “desenvolvimento de uma nova forma de abordar a gestão curricular: uma forma integrada e conectada e não compartimentada”.

Focando particularmente as orientações do NCTM (2008), um bom currículo deverá abranger conteúdos matemáticos, como também capacidades transversais a esses mesmos conteúdos. No que se refere aos conteúdos aponta para os temas Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidades. Do mesmo modo, indica como processos, o que outros autores denominam por capacidades, a Resolução de Problemas, o Raciocínio e Demonstração, a Comunicação, as Conexões e as Representações.

A elaboração do currículo deve, assim, ter em atenção o sugerido, isto é, que foque os conteúdos, numa perspetiva de mobilização, pelo uso das diferentes capacidades, aliada ao desenvolvimento de atitudes positivas face à aprendizagem da matemática (Ponte, Matos & Abrantes, 1998).

Para finalizar, reforça-se a ideia de que a uma educação matemática de qualidade, para todos os alunos, deve acautelar, de acordo com o NCTM (2008, p.4),

Um currículo matemático sólido, professores preparados e competentes que consigam fazer a integração do ensino com a avaliação, políticas educativas que estimulem e suportem a aprendizagem, salas de aula com acesso imediato às tecnologias, e um compromisso dirigido à equidade e à excelência.

### **2.1.2. Currículo português**

Os documentos que se encontram em vigor em Portugal como definidores daquilo que deverá ser e constituir a educação matemática, no ensino básico, são as Metas Curriculares do Ensino Básico - Matemática (MEC, 2012) e, ainda, o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013).

As diretrizes emanadas destes documentos pretendem estabelecer, de forma clara, “quais os conhecimentos e as capacidades fundamentais que os alunos devem adquirir e desenvolver” (MEC, 2013, p.1). Mais concretamente nos descritores das Metas Curriculares incluem-se os desempenhos precisos a alcançar pelos alunos.

O documento Metas Curriculares (MEC, 2012) está organizado de acordo com os diferentes anos de escolaridade, do 1.º ano ao 9.º ano, e para cada um deles os conteúdos são estruturados de acordo com os diferentes domínios: Números e Operações, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados. No 2.º CEB acresce o domínio Álgebra e no 3.º CEB o domínio Funções, Sequências e Sucessões. Cada um destes domínios subdivide-se em diversos subdomínios, que, por sua vez, incluem vários objetivos gerais, concretizados em descritores mais precisos.

No que se refere ao que este documento intitula de “temas transversais”, concretamente a Comunicação e o Raciocínio Matemático, é referido na sua introdução que estão espelhados no corpo do documento “de forma explícita ou implícita em todos os descritores” (MEC, 2012, p. 2).

A par deste documento foram também disponibilizados, para cada ciclo de ensino, cadernos de apoio aos professores com suporte teórico, bem como com exemplos de aplicação de vários descritos.

A Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) redigiu um parecer (SPM, 2012) sobre este documento em que, globalmente, destaca a qualidade do seu conteúdo como promotor da qualidade do ensino da matemática e, consequentemente, prevê a melhoria dos resultados a alcançar nesta disciplina. Destaca, particularmente, como positivo a clareza e objetividade das metas ao serem apresentadas por anos de escolaridade, aludindo à coerência com os manuais escolares e com as planificações anuais dos docentes. Esclarece, ainda, que a falta de orientações pedagógicas consente liberdade aos professores de implementarem os seus próprios métodos de ensino.

Por outro lado, é possível a leitura de um parecer (APM, 2012) da Associação de Professores de Matemática (APM) que, desde logo, classifica estas metas como uma proposta “inoportuna e a muitos títulos desadequada” (p. 1), defendendo que as mesmas não se orientam por nenhuma das atuais tendências para a matemática escolar, o que é corroborado pela ausência de bibliografia do documento. Destacam que a organização por anos de escolaridade não permite uma visão global e integradora do ensino. Referem, ainda, a completa ausência de verbos como “compreender”, “interpretar”, “discutir”, assim como uma marcada ausência das capacidades transversais.

Com a intenção de colmatar alguns desfasamentos verificados entre as Metas Curriculares (MEC, 2012) e o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) foi elaborado um novo programa de matemática em 2013 (MEC, 2013).

Este programa depois de uma breve introdução expõe as três grandes finalidades do ensino da matemática: a matemática que ajuda a estruturação do pensamento; a matemática que permite compreender os fenómenos do mundo que nos rodeia; e a matemática que nos permite analisar, compreender e participar na sociedade.

Posteriormente, são elencados os objetivos, para cada um dos três ciclos de ensino, explicitados por verbos, com significados específicos em cada ciclo, que auxiliam a leitura dos descritores das Metas Curriculares. Ainda no mesmo tópico, enunciam as capacidades fundamentais a trabalhar ao longo dos ciclos de escolaridade: aquisição de conhecimento de factos e procedimentos; construção e desenvolvimento do raciocínio matemático; comunicação matemática; resolução de problemas em diversos contextos; e a visão da matemática como um todo coerente.



O ponto seguinte apresenta os conteúdos para cada ano de escolaridade, do 1.º ano ao 9.º ano, de acordo com os domínios especificados nas Metas Curriculares.

Finalmente, apresentam-se pontos esclarecedores sobre os níveis de desempenho dos exemplos contemplados nos cadernos de apoio às Metas Curriculares, a liberdade metodológica atribuída aos professores, a avaliação, mais concretamente, o carácter regulador e orientar do documento, e, por último, a bibliografia.

A SPM num parecer que elaborou (SPM, 2013) sobre o atual Programa define-o como bem organizado, com uma estrutura clara, em que os objetivos e conteúdos são enunciados de forma objetiva. Salienta a forte coerência com as Metas Curriculares, que se conseguiu com a elaboração deste documento.

Por outro lado é possível encontrar um parecer (ESELx, 2013), elaborado por professores da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa, profundamente discordante com este novo Programa. Sustentam a sua oposição em resultados satisfatórios obtidos pelos alunos portugueses do 4.º ano no TIMSS 2011, bem como no facto do programa de 2007 não ter concluído o ciclo completo de implementação. Destacam, ainda, que o sentido atribuído às capacidades matemáticas é muito diferente daquele que tem sido defendido pela investigação na área da educação matemática.

### **2.1.3. Currículo finlandês**

Como sistemas de educação de alto desempenho, a OCDE (2011) destaca o Canadá, a China, o Japão, Singapura e a Finlândia. A escolha da Finlândia para uma abordagem mais aprofundada, neste estudo, prende-se com o facto de ser o país europeu com os mais elevados resultados nos primeiros estudos do PISA, em 2000, e por manter esse bom desempenho nos ciclos do PISA subsequentes.

De acordo com um documento da Comissão Europeia, intitulado “O Ensino da Matemática na Europa” (2012, p. 29), na Finlândia o currículo é definido a dois níveis: central e local. O currículo nuclear é concebido pelo Conselho Nacional de Educação Finlandês e o currículo local, mais detalhado, é elaborado, pelas autoridades e escolas locais, tendo em consideração o contexto específico em que se insere, embora integre as considerações do currículo nacional. Ao nível das escolas, os docentes podem elaborar documentos mais específicos “que definem as metas e os conteúdos de forma pormenorizada”.

Na introdução do ponto relativo à matemática, no currículo finlandês (Finnish National Board of Education, 2004, p. 158) é referido que a educação matemática pretende “oferecer oportunidades para o desenvolvimento de pensamento matemático, para a aprendizagem de conceitos matemáticos e de métodos mais usados de resolução de problemas”.

Acrescenta, ainda, que a educação permite desenvolver o pensamento concreto e criativo do aluno, orientando-o na formulação de conjecturas e na procura de soluções. O grande objetivo é criar uma base sólida para que seja possível a assimilação de conceitos e procedimentos matemáticos.

Finalmente, esclarecem que a matemática deve ser entendida como potenciadora do crescimento intelectual do aluno e da sua boa integração no meio social, de tal modo que a escola deverá estabelecer ligações com as situações de uso matemático no dia-a-dia.

O currículo finlandês (Finnish National Board of Educations, 2004), especificamente em matemática, encontra-se organizado de acordo com os seguintes grupos: 1.º e 2.º anos de escolaridade; do 3.º ao 5.º anos de escolaridade; e, finalmente, do 6.º ao 9.º anos de escolaridade. Para cada grupo apresenta uma pequena introdução metodológica, elenca os objetivos a atingir, os conteúdos obrigatórios, assim como a descrição dos bons desempenhos a alcançar pelos alunos, no final de cada ciclo. Neste último ponto é acrescentado um tópico denominado “Thinking skills and methods” em que é referido o perfil a atingir pelos alunos em termos de capacidades de pensamento.

Focando os conteúdos obrigatórios, estes estão organizados em grandes categorias como Números e Cálculo, Álgebra, Geometria, Medida, Processamento de Dados e Estatística. No grupo 3.º ao 5.º anos é excluída a componente da Medida e introduzida uma referente a Probabilidades. No 6.º ao 9.º anos, acrescenta-se o tema Funções.

Para além dos conteúdos e capacidades, constata-se, também, pela leitura do tópico “objetivos”, do currículo finlandês, a existência de alguma preocupação com as atitudes e valores, uma vez que referem que pretendem trabalhar a confiança dos alunos para as aprendizagens matemáticas, para funcionar num grupo e para compreender a importância da matemática e a sua relação com o quotidiano.

No documento da OCDE (2011) afirma-se que, globalmente em todas as áreas, o que faz a grande diferença no sucesso dos alunos é que as escolas finlandesas trabalham para cultivar nos jovens a disposição e o hábito de pensar, apelando à criatividade,

flexibilidade, capacidade de iniciativa e de aplicação de conhecimento em novas situações.

## **2.2. Raciocínio Matemático**

Neste ponto, pretende-se sintetizar perspectivas de autores sobre o RM e apontar algumas estratégias potenciadoras do mesmo, na sala de aula.

### **2.2.1. Caracterização do Raciocínio Matemático**

O NCTM (2008, p. 61) destaca que a capacidade de raciocinar “é essencial para a compreensão da matemática”. Deste modo, afigura-se como necessário perceber o que se entende por RM e o que envolve, para que se possa auxiliar os alunos a mobilizá-lo e desenvolvê-lo, no decorrer das aulas de matemática.

Contudo, encontrar uma definição concreta para RM é uma tarefa árdua. Canavarro e Pinto (2012, p. 52) esclarecem que este é um conceito que, habitualmente, se utiliza com significado implícito e aceite por todos. As mesmas autoras citam Yackel e Hanna (2003) que referem “que a maior parte dos matemáticos e educadores matemáticos usam o termo sem o clarificarem”.

Ainda assim, numa tentativa de definir RM, socorre-se a autores como Kilpatrick e Swafford (2004, p. 14) que esclarecem que “o raciocínio é a cola que mantém a matemática junta”, quer isto dizer que o raciocínio matemático é o que permite estabelecer, de forma lógica, a ligação entre as premissas ou ideias prévias e as conclusões.

Na perspectiva de Susan Russell (1999, p.1), o RM é o que “utilizamos para pensar sobre as propriedades dos objectos matemáticos e desenvolver generalizações que se apliquem a toda a classe de objectos” e, com isto, cria-se “uma teia interligada de conhecimento matemático dentro de um domínio matemático”.

Por sua vez, Janela (2012, p. 30) foca o RM como o que permite a construção dos significados das ideias matemáticas do aluno. De tal modo, defende que o aluno aprende quando integra conhecimentos novos, naqueles que já possui. Assim, pode-se concluir que “o raciocínio é um elemento chave na construção dos significados matemáticos”.

À semelhança desta autora, Ball e Bass (2003) percecionam o raciocínio como um instrumento para o desenvolvimento da compreensão matemática e para ajudar a construir novos conhecimentos. Exploram esta sua ideia ao abordar o raciocínio como

ferramenta para utilizar na investigação e descoberta de novas ideias e, ainda, para realizar provas e justificações matemáticas.

Compreende-se, deste modo, que Boavida (2008, p. 1) considere que “raciocinar remete para calcular, mas também para usar a razão para julgar, compreender, examinar, avaliar, justificar e concluir”. Face ao exposto, depreende-se que se raciocina não só quando se realiza procedimentos de cálculo, mas, também e sobretudo, quando se analisa e argumenta sobre a coerência das opções que foram concretizadas.

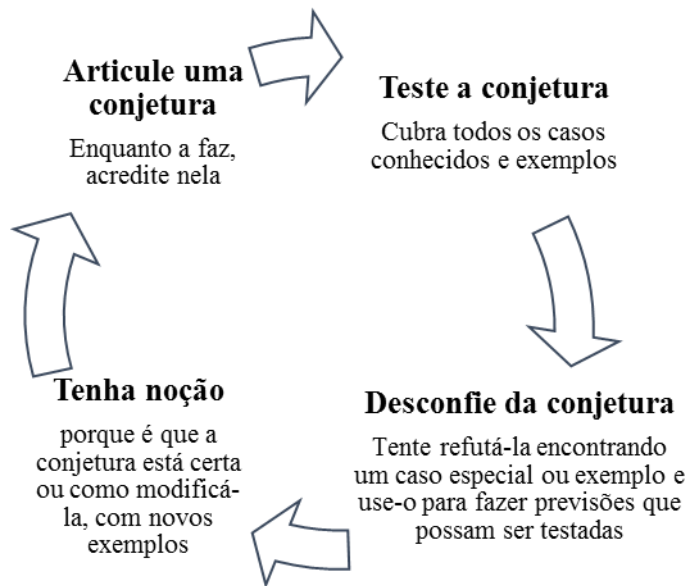
Por último, destaca-se o NCTM (2008, p. 61) que aponta o RM como parte integrante da matemática, onde os alunos “raciocinam e pensam analiticamente” ao detetar padrões e regularidades, formular e validar conjecturas, construir e avaliar argumentos, explicar processos e justificar resultados. Estas últimas capacidades que se elencaram são, igualmente, defendidas por outros autores (Ponte, Pereira & Henriques, 2011; Boavida & Menezes, 2012; Canavarro & Pinto, 2012; Semana, 2008) como envolvidas no RM.

Importa esclarecer o que se entende por cada uma das capacidades de RM porquanto são o foco do presente estudo. Como tal, de seguida, será abordada, especificamente, cada uma das capacidades, anteriormente referidas, com o intuito de esclarecer o seu significado.

Relativamente às conjecturas, o NCTM (2008, p. 62) define-as como uma “suposição informada” que precisa de ser verificada. De igual modo, Mason, Burton e Stacey (2010) clarificam que uma conjectura é uma afirmação que parece razoável, mas a sua veracidade ainda não foi provada. Compreende-se, assim, que a conjectura apresenta um carácter provisório, podendo, após a verificação das hipóteses, ser falsa e, deste modo, deve ser modificada ou abandonada (Mason, Burton & Stacey, 2010).

De seguida apresenta-se o ciclo de conjecturas elaborado por Mason, Burton e Stacey (2010), que representa todo o processo de conjecturar, desde a formulação das conjecturas ao seu teste e, posteriormente, à sua validação ou reformulação.

**Figura 1.** Diagrama de Mason, Burton e Stacey (2010, p. 59) sobre o ciclo de conjeturas



No que se refere à capacidade de explicação, para Bishop e Goffree (1986, p. 24) explicar é mais do que dizer e descrever. Explicar consiste num “processo sem fim de representar as conexões, as relações entre a ideia que se está a explicar e outras ideias”. Por outro lado, Balacheff (1982) vê a explicação centrada no outro, isto é, na percepção daquele que a vai ler ou ouvir. Assim, define-a como um discurso que torna compreensível ao outro o enunciado matemático. Esta mesma ideia é defendida por Yackel (2001) que afirma que as explicações matemáticas são utilizadas para clarificar aspetos do pensamento que poderão não ter sido prontamente evidentes para os outros.

No que toca à justificação, o Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea (2001) define justificar como apresentar causas, fundamentos, a razão de ser. Seguindo a mesma ideia, o NCTM (2008) entende a justificação como a capacidade de suportar ou refutar as nossas afirmações de forma plausível, isto é, com base em evidências.

Focando a capacidade de argumentar, Jiménez (2003), citada em Costa (2008, p. 1) esclarece que a “argumentação é a capacidade de relacionar dados e conclusões, e avaliar enunciados teóricos”. Para Osborne (2007), tendo em consideração outros autores, a argumentação é uma atividade verbal, social e racional que tem o intuito de convencer o outro sobre determinado ponto de vista, apresentando uma ou mais proposições para o justificar. Para Leitão (2007) é uma atividade de natureza discursiva e social assente na defesa de pontos de vista, na consideração de objeções e, ainda, na reação com base em pensamentos alternativos.

Outra capacidade de RM é a demonstração que consiste na dedução rigorosa das conclusões, a partir das ideias iniciais (NCTM, 2008). Para Boavida (2001) quando se pensa na demonstração do ponto de vista educativo, mais importante do que o formato final da demonstração, importa que se promova a compreensão das ideias matemáticas em questão. Assim, uma boa demonstração é aquela que “para lá de convencer, explica e faz avançar na compreensão de uma ideia, problema ou resultado matemático” (Boavida, 2001, p. 13).

No que se refere a tipos de raciocínio a utilizar na aula de matemática, Azevedo (2009) cita Oliveira (2002) que descreve quatro tipos de raciocínio: indução, dedução, abdução e transformação. Quando o aluno parte da análise de casos particulares e procura a sua generalização, ou seja, infere um conhecimento universal, denomina-se este processo por raciocínio indutivo (Cabrita et al., 2010). Por oposição, nas tarefas em que o aluno parte de um princípio geral e alcança uma conclusão contida nas premissas, através de uma cadeia de deduções isenta de erros, designa-se por raciocínio dedutivo. Neste tipo de raciocínio, conhecido como o elemento estruturante do conhecimento matemático, verifica-se se “as hipóteses das novas premissas se adequam a uma lei geral” (Cabrita et al., 2010 p. 21). Um outro tipo de raciocínio é a abdução que se caracteriza pela “formulação de hipóteses explicativas acerca de um fenómeno observado” (Cabrita et al., 2010, p. 22). Uma vez que se procura explicações para os factos, este tipo de raciocínio desempenha um papel fundamental no surgimento de novas ideias, dado que “está associado ao “inventar regras”, construir e criar teorias explicativas, justificando-se, unicamente, pela necessidade que se tem de compreender as coisas” (Cabrita et al., 2010, p. 22). Finalmente, sempre que o processo de raciocínio consiste na manipulação de objetos com o intuito de encontrar uma explicação ou validação de conhecimento a partir de imagens, chama-se-lhe de transformação (Azevedo, 2009).

Para finalizar este ponto, esclarece-se que, no âmbito deste estudo, com base na revisão literária apresentada, assume-se o RM como uma operação cognitiva que envolve o uso de diversas capacidades de pensamento como explicar, justificar, argumentar e/ou demonstrar factos e procedimentos matemáticos para que o sujeito se esclareça a si próprio sobre os percursos a seguir, bem como para elucidar os outros das opções que assumiu.

### **2.2.2. Promoção do Raciocínio Matemático**

Abordou-se no ponto 2.2.1. que a promoção do RM acontece quando se apela a diversas capacidades de pensamento, anteriormente explicitadas. Neste ponto, explicar-se-á como se poderá promover cada uma dessas capacidades, em contexto de sala de aula.

Relativamente à conjectura o NCTM (2008, p. 62) esclarece que “constitui uma importante via para a descoberta”, pois o raciocínio que se utiliza é, essencialmente, indutivo, tendo por base a observação de dados, manipulação dos mesmos e/ou analogia com outras conjecturas, entre outras.

Durante o processo de conjecturar, os alunos mais novos irão verbalizar as suas conjecturas e/ou materializá-las recorrendo a objetos. Posteriormente, concretizam a sua exploração, podendo utilizar materiais concretos e, à medida que progridem nos níveis de escolaridade, os símbolos e representações matemáticas (NCTM, 2008). Para ajudar os alunos, neste processo, realça-se a importância da escrita de conjecturas como oportunidade de clarificar o pensamento.

O professor, no decorrer da atividade letiva, deve assumir o papel de questionador, colocando questões como “O que achas que vai acontecer a seguir? Qual é o padrão? Isto é sempre verdade ou só algumas vezes?” (NCTM, 2008, p. 62). Para além da ajuda do professor, os alunos podem recorrer, sempre que assim for estipulado, aos colegas da turma para colaborarem na formulação de conjecturas, pois “aprende-se a raciocinar raciocinando e analisando os raciocínios realizados por nós e pelos outros”(Ponte & Sousa, 2010, p. 32).

“O professor terá ainda que decidir quais são as conjecturas matematicamente mais significativas para os alunos investigarem” (NCTM, 2008, p. 225). Como tal, deverá ter em consideração se os alunos têm conhecimentos matemáticos que lhes permitam apoiar ou refutar as conjecturas que formularam (NCTM, 2008).

Formuladas as conjecturas, importa testá-las e validá-las. Neste momento, o docente poderá ajudar os alunos a testar se as suas conjecturas se verificam em todos os casos ou incentivar à exploração de contraexemplos. Além disso, “deverá ainda desafiá-los a analisar eventuais limitações do seu raciocínio” e a compreender que a verificação de vários exemplos não é suficiente para que se estabeleça a verdade de uma conjectura (NCTM, 2008, p. 313).

Mesmo quando as conjecturas formuladas pelos alunos estão incorretas, durante o processo de análise e teste de conjecturas, o raciocínio subjacente constitui-se como

“pontos de partida para discussões e descobertas matemáticas importantes” (NCTM, 2008, p. 223).

No que se refere ao promover a capacidade de explicar, Yackel e Cobb (1996) apontam que uma estratégia a adotar será o professor negociar com os seus alunos o que é aceitável como explicação matemática. Esta ideia é de tal forma importante que os autores referem que, no seu estudo, os momentos de discussão inicial foram pouco produtivos, pois os alunos não tinham bases para compreender quais seriam as explicações aceitáveis.

Outra estratégia apontada, pelos mesmos autores, consiste na implementação de momentos de discussão na sala de aula. Primeiramente caberá ao professor o papel de legitimar as intervenções dos alunos e/ou auxiliar no desenvolvimento de melhores explicações. Contudo “à medida que se desenvolve a compreensão dos alunos do que é uma explicação aceitável, eles podem assumir também este papel” (Yackel & Cobb, 1996, p. 17), fazendo sugestões aos seus colegas de como poderiam dar mais sentido às suas explicações, sendo, desta forma, a explicação um objeto de reflexão.

Focando as justificações, o NCTM (2008) esclarece que é preciso atender ao desenvolvimento intelectual dos alunos, quando se solicita que mobilizem esta capacidade. Por esta razão, as justificações solicitadas devem estar ao alcance dos conhecimentos dos alunos, incorporando, de forma gradual, as propriedades matemáticas. Assim sendo, nos primeiros anos de escolaridade, é natural que as justificações sigam estratégias de tentativa e erro. Além disso, os alunos podem reportar-se a terceiros como fontes de justificação (ex. Foi a minha professora que disse).

Os professores devem auxiliar os alunos a desenvolverem justificações, colocando questões como “Por que é que pensas que isto é verdade? Alguém aqui acha que a resposta é diferente, porquê?” (NCTM, 2008, p. 61).

Como estratégias promotoras da argumentação, Costa (2008) defende que o professor pode, numa fase inicial, criar momentos para a discussão científica dos seus alunos e verificar se desenvolvem argumentos de qualidade, ainda, quanto tempo permanecem envolvidos na discussão e, finalmente, se cada um dos alunos está a ouvir e a contribuir para a partilha de ideias.

Com base no que observou, o docente deve sugerir, aos alunos que evidenciaram mais dificuldades, que utilizem os dados, anteriormente, recolhidos para justificarem os



seus pareceres. Neste momento, pode auxiliar com questões que apoiem a reflexão sobre as suas hipóteses e justificações (Costa, 2008).

Para além dos momentos de discussão, o professor poderá confrontar os alunos com tarefas abertas, potenciadoras de argumentação matemática, e incentivá-los a refletir.

O NCTM (2008, p. 220) defende que o essencial é o tempo de dedicação às tarefas e experiências ricas e diversificadas para que os alunos desenvolvam “a capacidade de construir argumentos válidos e de avaliar os argumentos de terceiros”.

Relativamente à demonstração, o atual Programa de Matemática (ME, 2013) preconiza-a para o 3.º CEB, pois tal como escreve Boavida (2001, p. 14) alguns autores consideram que esta capacidade só se pode solicitar com “alunos mais velhos que já adquiriram a maturidade lógica necessária para compreenderem definições abstratas”. Contudo, esta autora discorda desta perspetiva afirmando que se não se for traçando o caminho para a demonstração dificilmente os alunos desenvolverão esta capacidade.

Uma vez que este estudo será implementado num 2.º CEB, no trabalho a desenvolver importa fazer os alunos compreender que as suas afirmações deverão ser sempre justificadas. Esta ação fundamenta-se no que foi aconselhado por Ponte, Pereira e Henriques (2012) ao mencionarem que o caminho para a demonstração emerge das justificações. Por outras palavras, as justificações simples e informais irão progredir para as justificações formais, o que conduz, naturalmente, às demonstrações.

Assim sendo, as estratégias promotoras da capacidade de demonstração, nos primeiros anos de escolaridade, convergem com as estratégias para a promoção da capacidade de justificação, que foram anteriormente explicitadas.

Abordando o RM na sua globalidade, “o raciocínio e a demonstração deverão constituir uma parte consistente das experiências matemáticas dos alunos, desde o pré-escolar ao 12.º ano” (NCTM, 2008, p.61).

Tendo esta ideia como uma máxima da educação matemática, o RM deverá ser incentivado na sala de aula, a propósito de todos os domínios programáticos, em todos os anos de escolaridade. Pode-se, assim, concluir que para os alunos se tornarem mais competentes na utilização adequada do RM, importa, tal como refere o NCTM (2008, p. 310), que tenham “uma prática diversa e frequente com o raciocínio matemático”.

A mesma ideia é defendida por Boavida (2008, p. 1) ao afirmar que promover o RM em sala de aula “requer persistência, consistência e coerência”, para se instituir essa

cultura na sala de aula. Relativamente a esta cultura de sala de aula Stein e Smith (2009, p. 23) sintetizam que

O efeito cumulativo, dia após dia, de exploração, na sala de aula, de diferentes tipos de tarefas conduz ao desenvolvimento de ideias implícitas nos alunos sobre a natureza da Matemática – sobre se a Matemática é algo de que eles podem pessoalmente compreender o sentido e quão longa e arduamente devem trabalhar para o conseguir.

Por outras palavras, em todos os níveis de escolaridade, “os alunos deverão perceber e acreditar que a matemática faz sentido, através do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenómenos, da justificação de resultados e da utilização de conjecturas matemáticas em todas as áreas de conteúdo” (NCTM, 2008, p. 61).

Além disso, com tarefas que envolvam o uso do RM, os alunos começam a ter consciência que na matemática não são valorizadas, somente, as respostas corretas, mas sim a exploração de ideias que lhes estão subjacentes (Almeida, 2012).

No que se refere ao papel do professor, o NCTM (2008, p. 313) esclarece que assume extrema importância, pois deve “criar ou selecionar tarefas adequadas às idades e aos interesses dos alunos e que requeiram a utilização do raciocínio para a investigação de relações matemáticas”. Assim sendo, ao professor cabe o trabalho de apresentar tarefas que permitam a existência de momentos em que os alunos podem pensar e refletir sobre as mesmas.

Uma outra forma de promover o RM é fomentando a discussão de ideias e estratégias, no grupo turma, uma vez que apela ao uso de diversas capacidades de pensamento. Desde logo o aluno tem de expor as suas ideias, explicando e justificando as suas escolhas e afirmações. Acresce o facto de que sempre que for questionado terá de ser capaz de argumentar em defesa do seu trabalho. Para os que assistem, são confrontados com estratégias e justificações diferentes das suas, pelo que podem colocar questões e contra-argumentar (Fonseca, Brunheira & Ponte, 1999).

Para sintetizar recorre-se ao NCTM (2008, p. 220) que afirma que “o raciocínio matemático desenvolve-se nas aulas, onde os alunos são encorajados a explorem as suas ideias para serem verificadas” e que tal acontece quando professores e alunos estão “abertos a questões, reações e críticas de terceiros na sala de aula”.

### **Capítulo 3 – Metodologia da Investigação**

O presente capítulo encontra-se organizado em cinco pontos. Começa-se por explicitar as opções metodológicas. Seguidamente, apresenta-se a caracterização do contexto de intervenção, da escola até aos sujeitos envolvidos no estudo. Depois descreve-se o estudo, explicando o que foi tido em consideração no momento de seleção e reformulação das tarefas orientadas para a promoção de RM e, posteriormente, a sua implementação em sala de aula. Finalmente, referem-se as técnicas e instrumentos utilizados na recolha de dados, bem como o tratamento dos dados.

#### **3.1. Opções Metodológicas**

Esta investigação apresenta uma natureza qualitativa, pois tentou-se compreender o contributo das tarefas orientadas para promover capacidades de RM e atribuir significado aos resultados obtidos. Deste modo, constitui-se como uma investigação descritiva, e, como tal, a análise de dados é feita de forma indutiva com comparação constante (Bogdan & Biklen, 1994).

Como se pretendia compreender o contributo das tarefas matemáticas orientadas para promover capacidades de RM, numa realidade específica, teve-se em consideração Pacheco (1993), citado em Coutinho (2011, p.27), que alertava que, neste tipo de estudo, “não se aceita a uniformização dos comportamentos mas a riqueza da diversidade individual”, sendo o foco do estudo mais centrado no conteúdo e nos significados que lhe eram inerentes.

No que se refere ao plano de investigação, o estudo segue um plano de Investigação-Ação (I-A). De acordo com Coutinho et al. (2009), a I-A é de natureza prática e interventiva, uma vez que não se limita ao campo teórico, pois intervém na realidade em estudo. Além disso, é um plano transformador, uma vez que visa introduzir alterações, nessa mesma prática, com a intenção de a melhorar.

Na mesma linha de pensamento, Esteves (2008, p.18), citando Elliott (1991), refere que “podemos definir a investigação-ação como o estudo de uma situação social no sentido de melhorar a qualidade da ação que nela decorre”. Daqui se percecionam duas linhas de força inerentes a uma I-A, por um lado a ambição de melhorar a qualidade de uma ação e, por outro, a necessidade que decorre de investigar as práticas para definir a forma de atuação.

Com este estudo, de acordo com a finalidade e questões de investigação definidas, pretendia-se transformar as práticas de salas de aula, para que os alunos

mobilizassem e desenvolvessem capacidades de RM. Importa realçar que a motivação para este estudo não despontou de uma realidade observada neste contexto concreto, mas sim numa preocupação em promover capacidades de RM com a intenção de preparar os alunos prática, profissional e cientificamente para as exigências da sociedade. Esta preocupação emergiu dos resultados obtidos, pelos alunos portugueses, em estudos internacionais, bem como em exames nacionais, conforme relatórios disponíveis.

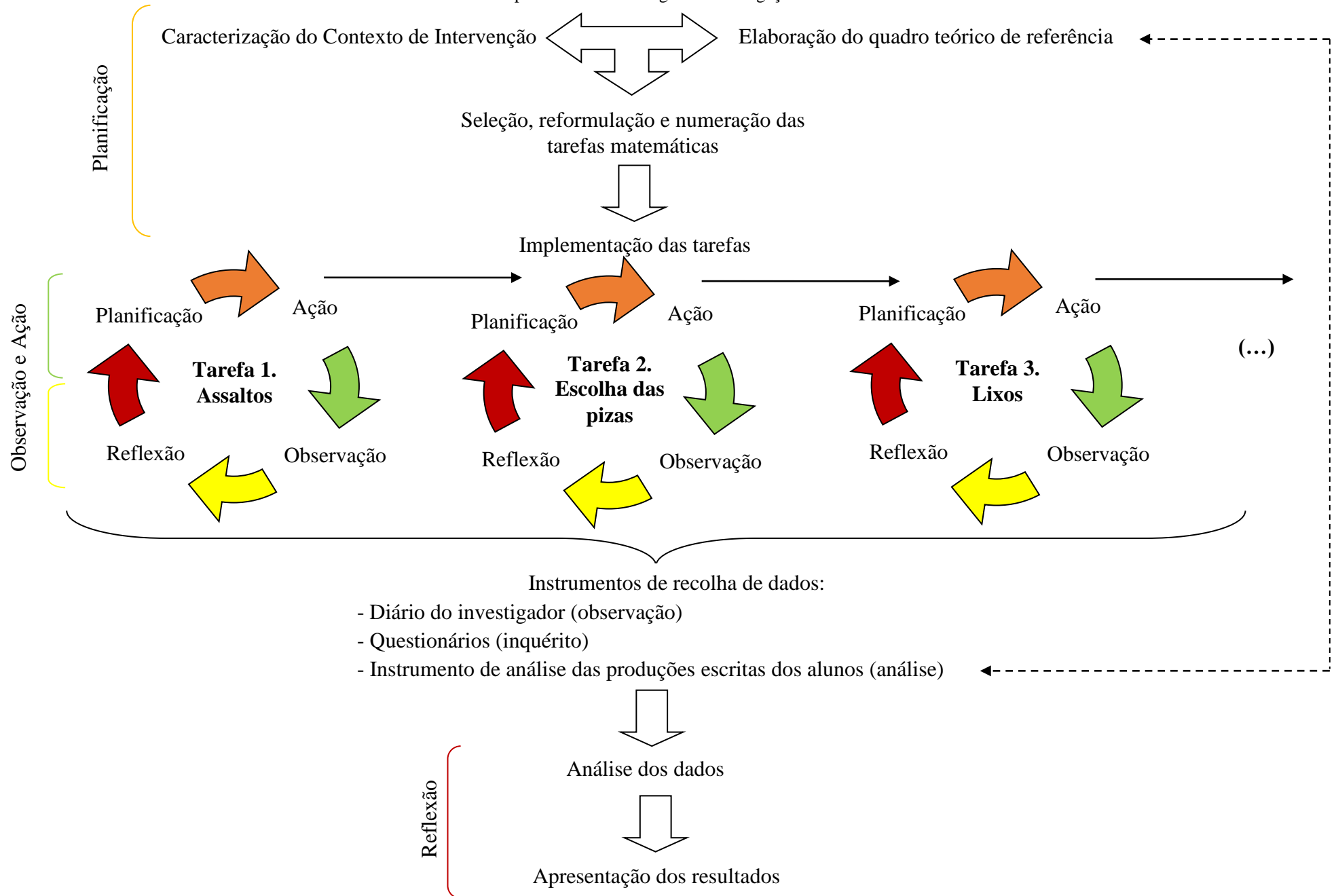
Na presente investigação, a colaboração dos alunos, sujeitos do estudo, realizando as tarefas que foram sendo implementadas, com a professora estagiária investigadora revelou-se essencial para obter resposta para as questões deste estudo. Esta mesma ideia é reforçada por Kemmis e Taggart (1988), citado em Esteves (2008, p. 20), quando afirma que “a colaboração de todos os participantes na investigação é fundamental”.

Como o que se pretende é operar mudanças na prática com vista a alcançar melhorias, a I-A caracteriza-se por uma espiral sucessiva de ciclos, em que, em cada um deles, se observa um conjunto de fases, sequenciais: planificação, ação, observação e reflexão. No final, este conjunto de fases dá origem a um novo ciclo (Coutinho et al., 2009).

Nesta investigação, não foi possível operacionalizar mais do que um ciclo de investigação, como o processo de I-A prevê, uma vez que a duração da prática supervisionada em matemática estava condicionada a quatro semanas. Como houve uma limitação de tempo determinada pela dinâmica das práticas, o estudo foi desenvolvido num plano de um ciclo, com planificação, ação, observação e reflexão.

Embora só tenha sido possível concretizar um ciclo de investigação, em cada uma das sessões implementadas foram visíveis as diferentes etapas do processo de I-A. A etapa da planificação ocorreu com a seleção e reformulação das tarefas que, posteriormente, foram implementadas. A ação reportou à implementação das oito tarefas matemáticas orientadas para a promoção de capacidades de RM e uma última sessão para aplicação do questionário final. A etapa da observação permitiu efetuar registos significativos da realidade observada, sendo, no final de cada sessão, elaborado o diário do investigador. Por fim, a reflexão ocorreu sempre que foi necessário considerar determinados aspetos de uma sessão para modificar as seguintes e, ainda, no momento de análise dos dados obtidos.

Apresenta-se de seguida um esquema que permite sintetizar todo o processo de I-A realizado neste estudo.



### 3.2. Caracterização do Contexto de Intervenção: Escola e Sujeitos do Estudo

Este estudo ocorreu no âmbito da unidade curricular de PPS B2, do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. O mesmo foi desenvolvido num contexto de 2.º CEB, com alunos do 6.º ano de escolaridade, onde a professora estagiária investigadora desenvolveu a sua prática de ensino supervisionada, no que se refere à disciplina de matemática.

As informações que, de seguida, se apresentam, relativamente ao contexto em que decorreu a intervenção, têm por base a consulta dos documentos orientadores de referência em uso na instituição: Projeto Educativo (2011-2014), Projeto de Desenvolvimento Curricular (2013/2014) e Plano de Turma (2013/2014).

O Colégio, situado em Aveiro, é um estabelecimento de Ensino Pré-Escolar, Básico e Secundário, particular e cooperativo com autonomia pedagógica.

Relativamente às instalações, é composto por dois edifícios com três pisos em cada um. O primeiro bloco engloba a zona dos serviços administrativos, papelaria, sala de atividades de tempos livres, salas do pré-escolar, dormitórios, salas de aula, sala de professores, biblioteca escolar e casas de banho. O segundo bloco reúne o bar, cozinha, refeitório, salas de educação artística, oficina, salas de música, laboratório, salas de aula, casas de banho e balneários. Para além destes dois edifícios, verifica-se a existência de um espaço polivalente, com um salão amplo e um palco, uma oficina de mecânica automóvel, num pavilhão pré-fabricado, e o espaço circundante ao colégio com jardins, um campo de jogos e um parque infantil.

Cada turma tem uma sala de aulas própria, pelo que não se verifica uma rotação pelas diferentes salas, com exceção das salas para atividades específicas.

A turma onde decorreu o estudo ocupa a sala 12. Na sala, no que respeita a recursos/equipamentos é possível encontrar: um quadro de giz, um quadro interativo, um computador com acesso à internet e sistema áudio, um projetor, um armário, uma estante e dois placares. Nestes encontram-se vários trabalhos realizados pelos alunos e documentos com informações relativas ao funcionamento das aulas (horário, listas de alunos, marcação de testes, atas de reuniões de assembleias de turma, entre outros). Ainda é possível encontrar, na parede da frente, um local designado por *Motivational Mural* destinado à exposição de frases e imagens que contribuem para a motivação dos alunos.

A sala está organizada com mesas para dois alunos, contabilizando-se 17 mesas, orientadas para os quadros, situados na mesma parede, sendo uma delas a secretária do professor. As mesas estão dispostas em quatro filas e quatro colunas. Os alunos sentam-se a pares, embora três deles estejam sentados individualmente. Importa, ainda, referir que os alunos ocupam os mesmos lugares em todas as disciplinas, pois os lugares são definidos pelos docentes em reunião de conselho de turma.

Focando as características da turma, esta é constituída por 29 alunos, sendo 15 do sexo feminino e 14 do sexo masculino. No início do ano letivo de 2013/2014, as suas idades variavam entre os 10 e os 13 anos, inclusive, como é possível verificar no seguinte quadro.

**Quadro 1.** Caracterização dos alunos quanto ao género e à idade

Idade	Género		Total
	Feminino	Masculino	
10 anos	1	1	2
11 anos	12	11	23
12 anos	2	1	3
13 anos	0	1	1
<b>Total</b>	15	14	29

Verifica-se a existência de 4 alunos que já foram retidos em anos diferentes ao ano escolar em curso, em que num dos casos já ocorreram duas retenções.

De acordo com o Plano de Turma (2013/2014), existem dois alunos identificados com Necessidades Educativas Especiais (NEE), um com Transtorno do Défice de Atenção e Hiperatividade e outro com Perturbação do Desenvolvimento Global. Ao abrigo do artigo 16.º do Decreto-Lei n.º 3/2008, ambos beneficiam das seguintes medidas: Apoio Pedagógico Personalizado e Adequações no Processo de Avaliação. Estes alunos participaram nesta investigação, mas como o seu desempenho poderia enviesar os resultados, uma vez que a maioria das tarefas foi devolvida em branco, os mesmos não foram considerados no estudo.

Relativamente à residência dos alunos, 22 residem no concelho de Aveiro, 5 no de Ílhavo, um em Águeda e outro em Estarreja.

No que se refere à constituição do agregado familiar dos alunos, a sua maioria vive numa estrutura familiar entendida como tradicional, ou seja pais e irmãos; no entanto 7 alunos vivem em famílias monoparentais, em todos os casos com a mãe e

alguns, também, com irmãos. A média de idades dos pais é de 42 anos e em 90% dos alunos o encarregado de educação é a mãe.

Somente 6 alunos não frequentam as atividades extracurriculares disponibilizadas pelo Colégio. Dos que frequentam estas atividades, todos optaram pelos clubes, sobretudo de jornalismo e matemática, e, também, a oficina de artes.

Quanto à frequência do Apoio ao Estudo, no início do ano letivo, foram propostos sete alunos, uma vez que apresentavam dificuldades nas disciplinas de matemática, ciências naturais e inglês. Além disso, no Plano de Turma (2013/2014) consta que os alunos que frequentam as aulas de apoio demonstraram, na avaliação diagnóstica, ausência de estudo e dificuldades em expressar o pensamento na forma escrita.

De um modo geral, o documento anteriormente referido (2013/2014, p.10) esclarece que, relativamente ao ano letivo anterior, “a turma apresentou um excelente nível de motivação, tendo sido alunos com imensa iniciativa, dinamismo, participação e vontade de aprender”. Mais concretamente na matemática, no que se refere ao desempenho da turma, durante o primeiro período, do presente ano letivo (2013/2014), “os alunos, na sua maioria, revelam conhecimentos matemáticos, apresentam bons índices de motivação para a disciplina e alguma facilidade na aquisição e aplicação dos conteúdos” (p. 8).

### **3.3. Descrição do Estudo**

Neste ponto será descrito o processo de desenvolvimento das tarefas. Num primeiro subponto apresenta-se a seleção e reformulação das mesmas e, seguidamente, explana-se a sua implementação, em sala de aula.

#### **3.3.1. Seleção e Reformulação de Tarefas**

Tendo em atenção a finalidade definida para esta investigação, concretamente, selecionar, reformular, implementar e avaliar o contributo de tarefas matemáticas orientadas para promover capacidades de RM de alunos do 2.º CEB, foram tidos em consideração alguns critérios na seleção de tarefas. Deveriam ser:

- Adequadas ao 6.º ano de escolaridade, atendendo ao definido no Programa de Matemática (MEC, 2013);
- Apropriadas às características da turma envolvida no estudo;
- Potencialmente promotoras de RM.



Deste modo, a professora estagiária investigadora iniciou a pesquisa orientada para o domínio Organização e Tratamento de Dados (OTD), pois era este o domínio em estudo, nas datas correspondentes à sua prática supervisionada, em matemática.

Para a pesquisa de tarefas potencialmente promotoras de RM, abordando o domínio OTD, foram consultadas diversas fontes, no âmbito da educação matemática, como brochuras, dissertações, artigos, livros e sites. Como não se encontraram tarefas que respeitassem todos os critérios, inicialmente definidos, foram selecionadas as tarefas que envolviam OTD.

Todas as tarefas selecionadas, para esta investigação, foram retiradas de provas do PISA (2000, 2003 e 2006). Foram escolhidos estes itens, por se saber de antemão que apelavam aos conhecimentos e capacidades dos alunos “no contexto de um enquadramento conceptual aceite internacionalmente”, tal como é referido no site do GAVE. Além disso, estas tarefas apresentavam potencial para reformulação dos enunciados com o intuito de apelarem a capacidades de RM e serem adequados ao 6.º ano de escolaridade.

Posteriormente, escolheram-se as oito tarefas com mais potencial para serem reformuladas para intensificar o apelo explícito a capacidades de RM. Essas tarefas foram alvo de várias reformulações até se obter as versões finais, que foram implementadas. Este processo, de reformulação das tarefas, permitiu conferir-lhes potencialidades para apelar ao RM, através da elaboração de questões com vista a esse foco.

Para garantir que as tarefas apelavam ao RM foi usado um referencial teórico construído para o efeito, tendo por base a revisão de literatura, anteriormente elaborada, que explicitava, detalhadamente, as capacidades de RM. O quadro seguinte apresenta as capacidades de RM de acordo com a perspetiva de vários autores, que foram tidas em consideração, no contexto da reformulação das tarefas selecionadas, a fim de potenciar o apelo ao RM.

**Quadro 2.** Capacidades de RM tidas em consideração na reformulação das tarefas de RM

Capacidade de RM	
<b>A. Formular conjecturas</b>	Pensar em suposições, isto é, afirmações plausíveis, para responder a determinadas perguntas, cuja veracidade precisa de ser provada (NCTM, 2008; Mason, Burton & Stacey, 2010).
<b>B. Testar conjecturas</b>	Experimentar todos os casos possíveis da conjectura para verificar a sua veracidade (Mason, Burton & Stacey, 2010).
<b>C. Explicar procedimentos</b>	Conceber um discurso que torne compreensível ao outro procedimentos matemáticos realizados (Balacheff, 1982; Yackel, 2001).
<b>D. Justificar</b>	Apresentar as causas, razões de ser, com base em evidências, que suportam determinada atuação (Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea, 2001; NCTM, 2008).
<b>E. Argumentar</b>	Convencer o outro sobre um determinado ponto de vista, apresentando a tese que defende e as razões que a sustentam (Osborne, 2007; Leitão, 2007).

As tarefas foram, de seguida, organizadas daquela que se afigurava mais simples até à mais exigente, do ponto de vista do envolvimento do RM. Posteriormente, numeraram-se as tarefas, de modo a estabelecer a sequência de implementação, conforme consta no Apêndice A a versão final.

Nesta investigação, o apelo às capacidades de formular conjecturas (A) e justificar (D) surge no contexto das mesmas questões. O conjugar o apelo a ambas as capacidades numa mesma questão decorre do assumir da relevância de facilitar a tomada de consciência, por parte dos alunos, de que as suas conjecturas devem ser sempre justificadas e, além disso, do permitir contextualizar os momentos em que se apela à capacidade de justificar.

No quadro seguinte é possível observar a que capacidade de RM se apela em cada uma das questões, das diferentes tarefas, bem como a frequência de apelo a cada capacidade. Verificam-se algumas questões que não apelam, explicitamente, a capacidades de RM, mas que foram incluídas para ajudar os alunos a melhor compreender os enunciados.

**Quadro 3.** Capacidades de RM focadas em cada questão das várias tarefas

		Capacidades de RM				
	Questão	A. Formular conjecturas	B. Testar conjecturas	C. Explicar procedimentos	D. Justificar	E. Argumentar
<b>Tarefa 1</b> Assalto	1.					
	2.					
	3. a)	X			X	

<b>Tarefa 2</b> Escolha das pizzas	1.					X
	2.					X
<b>Tarefa 3</b> Lixos	1.	X		X	X	
	2.		X			
<b>Tarefa 4</b> Classificações obtidas	1.					X
	2.					X
<b>Tarefa 5</b> <i>Skate</i>	1.					
	2.	X			X	
	3.		X			
<b>Tarefa 6</b> Tempo de reação	1.					
	2.					
	3. a)	X			X	
	3. b)		X			
<b>Tarefa 7</b> Colónia de férias	1.			X		
	2.					X
<b>Tarefa 8</b> Ida ao cinema	1.			X		
	2.		X			
<b>Total</b>		4	4	3	4	5

### 3.3.2. Implementação

A implementação das tarefas foi da responsabilidade da professora estagiária investigadora e decorreu nos meses de março e abril, tendo sido ocupado parte do tempo letivo correspondente à aula de matemática, na segunda-feira das 14h 50min às 16h20min, na terça-feira das 9h às 10h30min e na quinta-feira das 10h 50min às 11h 20min.

As tarefas foram aplicadas no início de cada aula e, na sua maioria, foram precisos 25 a 30 minutos para a sua conclusão. O quadro que se segue mostra a data de realização de cada sessão, a atividade implementada, bem como o tempo de duração da mesma.

**Quadro 4.** Calendarização das sessões implementadas

Sessão	Atividades	Data da realização	Duração (aprox.)	Horário
1	Tarefa 1. Assalto	17 de março	20 minutos	Das 14h50min às 15h10min
2	Tarefa 2. Escolha das pizzas	18 de março		Das 9h às 9h20min
3	Tarefa 3. Lixos	20 de março		Das 10h50min às 11h10min
4	Tarefa 4. Classificações obtidas	24 de março		Das 14h50min às 15h10min
5	Tarefa 5. <i>Skate</i>	25 de março	30 minutos	Das 9h às 9h30min
6	Tarefa 6. Tempo de reação	27 de março	35 minutos	Das 10h50min às 11h25min
7	Tarefa 7. Colónia de férias	31 de março	30 minutos	Das 14h50min às 15h20min
8	Tarefa 8. Ida ao cinema	1 de abril		Das 9h às 9h30min
9	Questionário final	3 de abril	20 minutos	Das 10h50min às 11h10min

Todas as sessões eram iniciadas com a distribuição da tarefa que, de seguida, era lida integralmente, pela professora estagiária investigadora, para uma melhor compreensão do enunciado da mesma por parte de todos os alunos. No final da leitura, os alunos podiam explicitar as suas dúvidas, relativamente aos enunciados das questões integradas na tarefa.

Posteriormente, realizavam a tarefa, todas de forma individual, podendo pedir a ajuda da professora estagiária investigadora, quando tivessem dúvidas acerca de vocabulário ou se sentissem impossibilitados de continuar o trabalho.

Para além das questões da própria tarefa, no final era colocada uma questão de escolha múltipla ou de resposta aberta, que permitia recolher a opinião dos alunos sobre o seu desempenho em termos de mobilização de capacidades de RM, as aprendizagens já alcançadas com a realização destas tarefas ou as dificuldades sentidas na realização das mesmas.

À medida que terminavam o seu trabalho, os alunos devolviam a tarefa à professora estagiária investigadora, que procedia, fora do contexto de sala de aula, à realização de comentários, em cada uma das tarefas, com sugestões de estratégias de melhoria. As tarefas comentadas eram depois fotocopiadas para, posteriormente, recolher dados que permitissem responder às questões de investigação. As versões originais eram devolvidas aos alunos duas sessões após a sua realização.

Seguidamente, apresenta-se a descrição de cada uma das sessões implementadas.

### **Sessão 1. Assaltos (17 de março)**

Na sessão 1 ocorreu a realização da tarefa 1 que demorou 15 minutos, para a maioria dos alunos, tendo seis alunos precisado de 20 minutos, sendo este último o tempo inicialmente pensado e atribuído.

Distribuiu-se a tarefa, para realizarem individualmente, e procedeu-se à sua leitura, na íntegra. No final da leitura alguns alunos tinham a mão levantada, pedindo, deste modo, permissão para falar. Autorizou-se que todos os alunos colocassem as suas dúvidas, um de cada vez, antes de procederem à realização da tarefa. Uma das questões colocadas foi *“O que é formular uma conjectura?”*, o que foi explicado a todos os alunos, uma vez que a dúvida era comum. De imediato surgiram mais questões, tais como: *“Mas como sabemos o que vai acontecer em 2000?”* e *“Aqui não diz como se faz a conta. Como é que vou saber?”*.

Foi esclarecido que todas as respostas seriam válidas, desde que apresentassem uma justificação congruente com a conjectura formulada. De seguida, os alunos procederam à resolução da tarefa. Contudo solicitaram a ida da professora estagiária investigadora ao lugar, sobretudo para validarem as suas respostas, questionando “*Isto pode ser feito assim?*” e “*Se for assim serve?*”. Em nenhum dos casos foi validado o trabalho, apenas se incentivou à sua continuação.

Dois alunos perguntaram se podiam utilizar calculadora e uma aluna a régua, tendo tudo isso sido consentido.

Quatro dos alunos ficaram metade do tempo estabelecido, inicialmente, para a resolução sem escrever nada e sem evidenciar concentração na tarefa, pois estavam a fazer desenhos e a comentar em voz alta “*Não percebo nada disto!*” e “*Nem sei o que é para pôr aqui!*”.

No final foi perguntado, oralmente, que comentários lhes ocorria fazer sobre a tarefa realizada e um aluno disse de imediato “*Muito fácil!*” e ouviram-se outras vozes “*Sim, fácil.*” e “*Foi isso, muito fácil.*”. Pretendeu-se, com esta questão, recolher evidências sobre a opinião dos alunos, para além da questão de opinião escrita que a própria tarefa já incluía.

## **Sessão 2. Escolha das pizzas (18 de março)**

Nesta sessão foi realizada a tarefa 2, que demorou 20 minutos, tal como havia sido previsto e atribuído.

À semelhança da sessão anterior, assim que se distribuíram todas as folhas, a tarefa foi lida na íntegra. No final da leitura, os alunos não levantaram questões, contudo proferiram alguns comentários em voz alta, tais como: “*Tão fácil, isto é óbvio.*” e “*É óbvio que o João está certo!*”.

Foi-lhes dito, pela professora estagiária investigadora, para pensarem, analisarem cada uma das perspetivas e estruturarem uma resposta, antes de elaborarem o texto definitivo. Aqui uma aluna questionou “*Podemos fazer um esquema?*” e outro aluno “*E desenhos?*”, pelo que a resposta dada foi “*Podem implementar a(s) estratégia(s) que entenderem.*”.

No que se refere à segunda questão, os alunos pediram ajuda dizendo “*Eu sei a resposta, mas não sei como fazer um argumento.*”, “*Eu não consigo responder a isto.*” e “*O que é para fazer na 2? Repetir o que está na 1?*”. Explicou-se que deviam

desenvolver um pequeno texto, escrevendo as razões que pudessem permitir convencer o outro interlocutor.

No final, já depois de terem devolvido a tarefa, foram questionados, oralmente, sobre o que pensavam da mesma e um aluno afirmou de imediato “*Tão óbvio que nem era preciso pensar!*”, um outro aluno disse “*A de ontem foi mais fixe, porque era mais fácil.*” e uma aluna “*Esta fez pensar mais.*”.

### **Sessão 3. Lixos (20 de março)**

Para a realização da tarefa 3 os alunos precisaram de 20 minutos, o tempo que estava inicialmente previsto e que foi atribuído.

Esta sessão teve uma implementação distinta de todas as outras, uma vez que depois de distribuída a tarefa, esta foi lida somente até à pergunta 1, inclusive, e só após todos os alunos terem respondido a esta questão foi lida e distribuídos os materiais necessários para a questão 2.

Assim que a professora estagiária investigadora terminou a leitura da primeira parte, uma aluna solicitou a palavra e exclamou “*Já não me lembro o que é isto das conjecturas.*”. Foi lembrado que o mesmo já havia sido solicitado na tarefa relacionada com o número de assaltos, ao que a mesma aluna disse “*Ah! É aquilo de inventar o que vai acontecer!*”.

Um dos alunos fez um comentário mesmo sem lhe ter sido consentida a participação, dizendo “*Isto não é matemática. Na matemática não se tem de inventar é para fazer contas.*” e uma aluna responde-lhe “*Tu não vês que isto é estatística!*”.

Prosseguiram com a realização da questão 1, sem levantarem mais dúvidas. Após a leitura da pergunta 2 surgiram algumas questões sobre o trabalho a desenvolver, tendo, deste modo, sido dito que deviam realizar um trabalho de comparação, das conjecturas formuladas com os resultados da tabela, tentando refletir sobre os mesmos.

No final da tarefa, perguntou-se, oralmente, o que pensavam da mesma e um aluno respondeu “*Até agora esta foi a tarefa mais difícil.*” e “*Era impossível acertar aquela pergunta.*”.

### **Sessão 4. Classificações obtidas (24 de março)**

A tarefa 4 coincidia com a data da realização da ficha de avaliação. Porém tinha sido previamente acordado com o professor titular da turma que os últimos 20 minutos da aula seriam para a implementação da tarefa. No entanto, onze alunos sentiram

necessidade de utilizar os 90 minutos para a realização do teste, consequentemente, não realizaram a tarefa que estava prevista para esta data. Na aula de apoio a matemática, que decorria nos 45 minutos imediatamente a seguir, a tarefa foi, novamente, implementada aos alunos que estavam presentes e, ainda, não a tinham realizado, tendo-se obtido mais cinco respostas.

A tarefa foi entregue à medida que os alunos acabavam a ficha de avaliação, pelo que, nesta aula, não se procedeu à leitura integral, como habitualmente, para não perturbar os alunos que ainda realizavam o teste.

Possivelmente por estarem num momento formal de avaliação, os alunos não solicitaram ajuda, chamando, somente, para que as respostas fossem validadas, o que não aconteceu.

Uma aluna perguntou se podia desenhar os balões de fala, para apresentar os argumentos, tal como aparecia no enunciado da tarefa 2, a escolha das pizzas, o que lhe foi consentido. A colega que estava numa mesa ao lado ouviu e questionou no mesmo sentido.

Foi nesta sessão que a professora estagiária investigadora se começou a aperceber do desinteresse demonstrado, na realização das tarefas, dos alunos identificados com NEE. Anteriormente, no caso da primeira tarefa, resolveram todas as questões, mas, posteriormente, só preenchiam a parte da identificação e da opinião. Nesta sessão, assim que a folha foi entregue, puseram-na de lado e ficaram a desenhar. Mesmo sendo advertidos para a sua realização, no final, devolveram a folha em branco com o cabeçalho por preencher.

### **Sessão 5. Skate (25 de março)**

A aplicação da tarefa 5 ocorreu na sessão 5 e envolveu os alunos na sua realização durante 30 minutos. A tarefa foi lida integralmente e no final não foram colocadas quaisquer questões.

Os alunos iniciaram a resposta às questões, contudo ao chegarem à questão 3, solicitaram a ajuda da professora estagiária investigadora, colocando questões como: *“Se eu já disse quantos skates penso que dá para fazer, porquê que tenho de voltar a dizer quantos é que se podem fazer?”* e *“Eu acho que só dá para fazer um, porque só há um eixo, mas aqui diz quantos, por isso são muitos.”*.

Uma aluna pediu para explicar estas dúvidas aos colegas, esclarecendo *“Então, na questão 2, vocês olham e inventam um número, depois na 3 têm de experimentar*

*todas as peças e dizem quantos são mesmo.”*. Alguns colegas conseguiram compreender e foram capazes de prosseguir, mas os que tinham colocado as questões anteriores estavam convictos que a sua resposta estava correta e não havia nada a testar.

No final, quando foi recolhida a tarefa, foi-lhes perguntado, oralmente, o que pensavam e uma aluna disse *“Agora é fácil, porque já fizemos outras iguais.”* e *“Esta foi muito fixe, porque fala de skates.”*

### **Sessão 6. Tempo de reação (27 de março)**

A realização da tarefa 6 exigiu cerca de 35 minutos, tendo as folhas de ser recolhidas ao fim desse tempo, pois já se estava a ultrapassar o tempo combinado, previamente, com o professor titular de turma.

Foi realizada a leitura integral do enunciado, sem que os alunos interrompessem para colocar dúvidas. Foi-lhes, ainda, dito que poderiam fazer uso da calculadora para realizarem os cálculos que iam sendo solicitados.

Quando iniciaram a resolução da tarefa foram frequentes algumas questões tais como: *“Mas porquê que pergunta o tempo de corrida se já está aqui.”* e *“Eu não percebo porque é que aparece estes números todos, se eles só fizeram uma corrida e não 3.”*. Uma aluna que pratica desporto pediu para explicar aos colegas que no tempo final era contabilizado o tempo da prova, mas, também, o tempo que demoravam a reagir. Ainda assim, a professora estagiária investigadora teve de voltar a explicar, porque duas alunas manifestaram não ter compreendido.

Após este episódio inicial, só uma aluna colocou a questão sobre o número de casas decimais que deviam colocar. Foi-lhe dito para escrever todas as que aparecessem na calculadora, por já se saber que apareciam até às centésimas e tal seria importante na questão 3.b) para a ordenação dos tempos finais dos atletas.

Esta tarefa esteve condicionada no tempo de realização, uma vez que muitos alunos não possuíam calculadora e tinham de esperar que lhes fosse emprestada pelos colegas.

### **Sessão 7. Colónia de férias (31 de março)**

Na tarefa 7 os alunos demoraram aproximadamente 30 minutos para concluírem a sua realização, embora algumas folhas tenham sido recolhidas findo esse tempo, mesmo sem a tarefa estar concluída. Isto, porque havia necessidade de prosseguir com as atividades letivas previstas para esta aula.



Foi efetuada a leitura integral da tarefa e esclareceu-se algum vocabulário, como também se clarificou o regulamento do dormitório que era apresentado no enunciado da tarefa. No final, não foi colocada nenhuma questão.

No entanto, assim que prosseguiram para trabalho autónomo, ouviram-se alguns comentários, como “*Não percebo nada disto!*”, “*Como é que arrumo todos, sem misturar rapazes com raparigas?*” e “*Isto é muito difícil!*”.

Uma aluna, que estava com dificuldades em operacionalizar a arrumação das crianças e adultos no dormitório, solicitou a ajuda da professora estagiária investigadora, para que lhe fosse esclarecido, mais detalhadamente, o que devia fazer. Como a colega da mesma carteira estava com igual dificuldade, foram-lhes colocadas algumas questões como “*Quantas pessoas pode levar o dormitório vermelho? Querem colocar lá rapazes ou raparigas? Então e quantos adultos vão lá ficar? Esses adultos deverão ser homens ou mulheres?*”. As alunas manifestaram estar a compreender o que lhes estava ser explicado e prosseguiram sozinhas. A aluna da mesa da frente solicitou ajuda e disse “*Pode-me dar a mesma explicação que deu a elas para ver se eu percebo.*”.

A professora estagiária investigadora ao se aperceber que alguns alunos estavam com dificuldades e tinham desistido da realização da tarefa, dirigiu-se aos mesmos colocando algumas questões sobre a resolução da tarefa para os incentivar a continuar, aplicando o mesmo questionamento que havia realizado com as alunas anteriores.

### **Sessão 8. Ida ao cinema (1 de abril)**

Para a realização da tarefa 8 foram precisos 30 minutos, mais 5 minutos do que o tempo, inicialmente, previsto.

A tarefa foi entregue e lida integralmente, tendo, no final da leitura, um aluno colocado a questão “*Se um deles não puder ir ao cinema, então nenhum vai, é isso?*”.

Quando prosseguiram para a resolução autónoma da tarefa vários alunos perguntaram o significado do vocábulo “interdito”, tendo sido dito pela professora estagiária investigadora que significava proibido/bloqueado. Contudo, a mesma apercebeu-se que esta questão não tinha ficado esclarecida quando uma aluna colocou a seguinte questão “*O filme Crianças na Internet só pode ser visto por menores de 12 anos?*”, evidenciando que ainda não tinha ficado apropriado o significado do termo em causa. A questão foi, novamente, retomada e explicada com recurso a exemplos “*Os filmes Crianças na Internet e Enigma são proibidos para os menores de 12 anos.*”.

Na resposta à pergunta 2, alguns alunos escolheram a opção sem a justificar. Foi-lhes solicitado que justificassem a sua escolha, elucidando, também, as razões de terem recusado as outras opções.

Nesta última tarefa foi possível verificar, novamente, tal como na primeira tarefa, a envolvimento dos alunos com NEE, pois estiveram focados nela, durante o tempo de realização, e resolveram a primeira questão.

No final, após terem sido recolhidas as tarefas, os alunos foram questionados, oralmente, sobre o decorrer da mesma e ouviram-se comentários como “*Esta foi gira, porque falava do cinema.*” e “*Um bocado difícil ao início, mas depois fácil e desafiante.*”.

### **Sessão 9. Questionário final (3 de abril)**

No dia 3 de abril foi implementado o questionário final, tendo sido precisos 20 minutos para a sua conclusão. Foram distribuídos os exemplares por todos os alunos e não foram, integralmente, lidos, mas alertou-se para a questão 2, em que deviam numerar e não assinalar com cruces. Mesmo assim, alguns alunos colocaram cruces e depois tiveram de riscar, para poderem responder ao solicitado.

Ainda sobre a mesma questão, importa, também, esclarecer que os alunos expressaram dificuldades em diferenciar *Gosto* de *Interesse*, bem como *Desafio* de *Dificuldade*. Esclareceu-se o seu significado, relacionando o *Gosto* com a satisfação, prazer, o *Interesse* com a utilidade, proveito, o *Desafio* relacionando com estímulo, incentivo e *Dificuldade* com obstáculo.

Nesta questão, verificou-se algum cansaço, evidenciado nos comentários não autorizados dos alunos, por existirem quatro tabelas para numerar e justificar.

### **3.4. Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados**

No âmbito desta investigação teve-se em atenção a sistematicidade da recolha de dados, para que acontecesse em todas as sessões implementadas, com o intuito de obter informações que permitissem responder às questões de investigação elaboradas.

Recorreu-se a várias técnicas de recolha de dados: observação, inquérito e análise documental. Esta diversificação de técnicas de recolha de dados teve como objetivo “reduzir à sua ínfima expressão” os erros que cada uma destas técnicas poderia ter isoladamente (Fernandes, 2008, p. 81).

Por outras palavras, o que se denomina de estratégia da triangulação consiste em combinar, no caso específico desta investigação, diferentes técnicas de recolha de dados, para que seja possível obter resultados que permitam um retrato profundo e fidedigno da realidade em estudo. Mesmo que os métodos utilizados conduzam a resultados contraditórios, essa diferença poderá ser utilizada para refletir e tentar encontrar uma explicação para tal (Coutinho, 2011). Deste modo compreende-se que a triangulação permite, ainda, “acrescentar rigor, amplitude e profundidade à investigação” (Coutinho, 2011, p. 208, citando Denzin & Lincoln, 2005).

As técnicas e os instrumentos desenvolvidos no âmbito desta investigação, bem como, o momento da sua aplicação apresentam-se no quadro seguinte e serão descritos, mais detalhadamente, nos pontos que a seguir se incluem.

**Quadro 5<sup>1</sup>.** Técnicas e instrumentos de recolha de dados e momentos de aplicação

<b>Técnica</b>	<b>Instrumento</b>	<b>Momento de aplicação</b>
<b>Observação</b>	Diário do investigador.	No final de cada sessão implementada.
<b>Inquérito</b>	Questionários (questionário por sessão e questionário final).	No final de cada sessão implementada e no final de todas as sessões implementadas.
<b>Análise documental</b>	Instrumento de análise das respostas dos alunos às questões das tarefas.	No final de todas as sessões implementadas.

#### **3.4.1. Observação: Diário do Investigador**

De acordo com Tenbrink (1984) a observação consiste em ver e escutar os comportamentos dos participantes da investigação. Por seu lado, Quivy e Campenhoudt (1998, p. 197) apontam a observação como a técnica capaz de captar os “comportamentos no momento em que eles se produzem e em si mesmos” sem a medição através de qualquer instrumento.

No âmbito desta investigação e de acordo com Quivy e Campenhoudt (1998, p. 165) foi realizada uma observação direta e participante. Direta, pois foi o investigador que procedeu à recolha dos dados, sem que os sujeitos observados participassem “na produção da informação procurada”, isto é, a observação aconteceu sem que a professora estagiária investigadora se dirigisse aos sujeitos. Participante, porque a

<sup>1</sup> Adaptado de Silva, M. (2013). *Atividades de ciências com orientação CTS/PC num quadro EDS*. Relatório Final. Aveiro: Universidade de Aveiro.

investigadora envolveu-se no contexto do grupo de alunos em estudo, durante um dado intervalo de tempo.

Os mesmos autores referem que, no momento de análise dos dados, o investigador não deve recorrer unicamente à sua memória, uma vez que “a memória é seletiva e eliminaria uma grande variedade de comportamentos cuja importância não fosse imediatamente aparente” (p. 199). A solução consiste em transcrever os comportamentos observados, imediatamente após a intervenção, isto é, construir um diário do investigador. Coutinho (2011), citando Charles (1998), indica que deve haver a “preocupação em proporcionar um retrato tão fiel quanto possível da situação, repleto de detalhes”.

Nesta investigação, as anotações realizadas estavam relacionadas com a implementação das tarefas, mais concretamente com a descrição da implementação, os comportamentos dos alunos, as dificuldades manifestadas e as reações verbais e comentários dos participantes, que foram observados pela professora estagiária investigadora. Incluíram também breves reflexões, que tinham ocorrido durante e após a sessão, cujo objetivo era modificar/melhorar práticas futuras.

No final de cada implementação, a professora estagiária investigadora reunia com a colega de estágio para trocarem impressões e registos das situações observadas. No final, procedia-se ao registo exaustivo das situações observadas e das consequentes reflexões.

#### **3.4.2. Inquérito: Questionários**

A recolha de dados por inquérito tem por objetivo, de acordo com Tenbrink (1984), obter uma quantidade de informação interrogando os sujeitos sobre as suas opiniões e atitudes, relativamente a situações concretas.

Nesta investigação, utilizando esta técnica, pretendia-se recolher informações relativas às representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM, a sua opinião sobre as tarefas orientadas para promover capacidades de RM e, também, informações que permitissem compreender e explicar os resultados do estudo.

O instrumento de recolha de dados utilizado, para tal, foi o questionário, que foi aplicado no final de cada tarefa, bem como no final de todas as sessões implementadas.

Para Quivy e Campenhoudt (1998, p.191) o inquérito por questionário tem como principal vantagem poder “quantificar uma multiplicidade de dados”. Tenbrink (1984)

destaca, ainda, o facto de se poder questionar vários sujeitos, ao mesmo tempo, o que confere rapidez e simplicidade a este instrumento. Por sua vez, Coutinho (2011) refere que além do amplo alcance, implica menores custos.

No entanto, os mesmos autores apontam algumas desvantagens a este instrumento, mais concretamente, a sua natureza impessoal, o não fornecer muitos pormenores, o facto de oferecer perceções no lugar de evidências e a dificuldade de controlar se as pessoas respondem com honestidade ou com ligeireza, ou mesmo em função do que é socialmente aceite.

No que se refere às questões colocadas no final de cada tarefa, estas eram constituídas, principalmente, por perguntas abertas, em que era permitida uma resposta livre. No entanto, como se verificou que diversas respostas ficavam em branco e os alunos manifestaram, através de comentários não autorizados, gostar e, conseqüentemente, aderir mais a questões de resposta fechada este foi, maioritariamente, o tipo de questões colocadas. Deste modo, o aluno deveria seleccionar a resposta com que mais se identificava, embora fosse sempre solicitada a justificação das escolhas efetuadas.

O conteúdo de cada questão era diverso, podendo estar relacionado com o desempenho dos alunos em termos de mobilização de capacidades de RM, com as aprendizagens já alcançadas através da realização destas tarefas ou com as dificuldades sentidas.

No final de todas as tarefas implementadas, optou-se por conceber um questionário final global, que permitisse obter mais dados para responder às questões de investigação. Este foi aplicado na turma em que se desenvolveu a investigação, na última sessão da intervenção.

Na sua concepção foram tidos em conta diversos aspetos. Desde logo, houve a preocupação de formular enunciados claros, objetivos e com rigor científico, de modo a evitar interpretações não desejadas, por parte dos alunos, e evitar respostas em branco.

Relativamente à apresentação do questionário, este tinha um reduzido número de folhas, para não provocar reações negativas no momento da entrega. Além disso, na primeira página, colocou-se uma imagem de cada tarefa para relembrar os alunos das mesmas.

No que se refere aos objetivos das questões propriamente ditas, as perguntas 1 e 2 tinham como propósito conhecer a opinião dos alunos sobre as tarefas matemáticas realizadas orientadas para promover capacidades de RM. A primeira questão solicitava

aos alunos a classificação das tarefas de RM realizadas. Esta questão era fechada e apresentava três pares de diferenciais semânticos, onde os alunos deviam selecionar um dos extremos opostos de cada par de adjetivos. Na segunda questão, que incluía quatro alíneas, os alunos deviam ordenar, recorrendo a uma escala numérica, as tarefas de acordo com o *Interesse*, o *Gosto*, o *Desafio* e a *Dificuldade*. Ainda na mesma questão era solicitado que, numa resposta livre, justificassem, apenas, a primeira e última escolhas, para que não fosse aborrecido e cansativo para o inquirido.

As restantes questões, isto é, a 3 e a 4, tinham como objetivo averiguar quais as representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM. A terceira questão consistia numa questão fechada com três alternativas de resposta (mais, igualmente, menos). Para cada capacidade de raciocínio matemático em foco nas tarefas, os alunos deviam assinalar a opção de resposta que melhor traduzia a sua opinião relativamente ao contributo das tarefas na mobilização de cada capacidade. A última questão era de resposta aberta, para permitir aos alunos pronunciarem-se livremente sobre a realização das tarefas. Para os auxiliar, foram dadas algumas orientações, com enunciados como “como foi a atuação da professora durante a realização das tarefas, se gostaria de continuar com esta tarefas e porquê” para que se pudesse obter um conjunto de opiniões relevantes em função da questão de investigação, bem como para evitar que os alunos não respondessem à questão.

Até à obtenção da versão final do questionário, que se considerava mais adequada para os participantes e os objetivos da recolha de dados, foram elaboradas várias versões, decorrente de reformulações que foram sendo efetuadas. As reformulações consistiram em reconstruir os enunciados, de modo a alcançar uma formulação das questões objetiva e instruções de preenchimento claras, bem como um aspeto gráfico adequado aos participantes.

A versão final do questionário global implementado consta no Apêndice B.

### **3.4.3. Análise Documental: Instrumento de Análise das Produções Escritas dos Alunos**

Para analisar as produções dos alunos, procedeu-se à análise documental, que “implica uma pesquisa e leitura de documentos escritos [produzidos pelos alunos] que se constituem como uma boa fonte de informação” (Coutinho, 2011, p. 318).

De acordo com Tenbrink (1984) a análise das produções é uma forma de obter uma grande quantidade de informação sobre o trabalho desenvolvido, continuamente, pelos alunos e investigar as reações quando expostos a situações idênticas.

Neste estudo, a análise documental incidiu sobre as produções escritas dos alunos, mais concretamente, nas respostas escritas dadas às questões das tarefas matemáticas implementadas, em cada uma das sessões, em sala de aula.

Para se proceder à sua análise, desenvolveu-se e aplicou-se um instrumento (Apêndice C), para verificar se os alunos mobilizaram as capacidades de RM solicitadas, em cada questão da tarefa implementada, em cada sessão.

Para a elaboração do instrumento foi tido em atenção o referencial teórico relativo às capacidades de RM (conforme o quadro 2, apresentado no capítulo 3, ponto 3.3.1), utilizado para a reformulação das tarefas, com o intuito de garantir que apelavam, explicitamente, a capacidades de RM.

Na construção do instrumento considerou-se como categoria de análise as capacidades de RM, sendo as dimensões da análise cada uma das capacidades de RM a que se invocou nas tarefas implementadas, no âmbito desta investigação. Para cada dimensão foram definidos os indicadores, recorrendo ao quadro de referencial teórico elaborado, que permitiam determinar a presença de cada uma das dimensões.

A versão final do instrumento de análise (Apêndice C) foi obtida a partir da reformulação de sucessivas versões.

### **3.5. Tratamento dos Dados: Análise de Conteúdo**

A técnica de análise privilegiada, no âmbito desta investigação, foi a análise de conteúdo. De acordo com Quivy e Campenhoudt (1998, p. 227) tal consiste em “tratar de forma metódica informações e testemunhos que apresentam um certo grau de profundidade e complexidade”.

Bardin (1977, p. 42) designa a análise de conteúdo como o “conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens”.

Deste modo, todas as produções escritas dos alunos foram sujeitas a análise de conteúdo, de acordo com as etapas fundamentais, sequenciais, referidas por Bardin

(1977) e Coutinho (2011): a pré-análise, a exploração dos materiais e, finalmente, o tratamento de dados.

Relativamente à pré-análise procedeu-se, ao primeiro contacto com os documentos, realizando uma “leitura flutuante” das produções escritas dos alunos, nas tarefas implementadas.

No que se refere à segunda etapa, a exploração dos materiais, decorreu tendo por base o instrumento desenvolvido para a análise das produções dos alunos. Este procedimento consistiu em transformar os dados brutos, isto é, as respostas dos alunos, em unidades mais simples, representadas por indicadores da capacidade de RM a que apelava cada questão, de cada tarefa. Mais explicitamente, para cada uma das respostas dos alunos, tendo em consideração a(s) capacidade(s) de RM em foco, procedeu-se à verificação da presença do(s) respetivo(s) indicador(es) definidos para cada dimensão de análise.

Por último, surge a etapa de tratamento de dados, em que se construíram quadros de registo (Apêndice D), para cada uma das tarefas, para registar os dados obtidos da análise das produções dos alunos. Deste modo, anotou-se, para cada aluno, em cada questão, de cada tarefa, se as respostas evidenciaram a mobilização da(s) capacidade(s) em foco, obtendo, deste modo, vários quadros de registo. Posteriormente, determinaram-se, por questão, as respostas que evidenciaram a mobilização de capacidades de RM e calculou-se a frequência relativa, em percentagem, tendo em atenção o número de alunos a que foi aplicada a tarefa e o número de alunos que evidenciou ter mobilizado as capacidades em foco. Seguidamente, construiu-se um quadro que permitia uma visão global dos resultados obtidos.

Relativamente aos dados resultantes do questionário final, procedeu-se a uma análise estatística dos itens de escolha múltipla, isto é, os dados foram contabilizados e organizados em tabelas de frequência, absoluta e relativa, com recurso ao *Excel*. Para o item 2, em que eram apresentados quatro indicadores, *Interesse*, *Gosto*, *Desafio* e *Dificuldade*, a ordenação das tarefas foi obtida pela adição da “pontuação” que os alunos atribuíram a cada tarefa, em cada indicador. Por sua vez, os dados obtidos no item de resposta aberta, do questionário final, foram associados de acordo com o conteúdo da resposta do aluno. Por outras palavras, após a “leitura flutuante” foi perceptível a existência de aspetos comuns em diversas respostas. Por esta razão, para a exploração dos materiais foram pensadas algumas categorias de análise, concretamente, as representações dos alunos acerca do contributo das tarefas realizadas orientadas para



promover capacidades de RM, a vontade de continuar com a realização das tarefas e a atuação da professora estagiária investigadora. De seguida, para cada uma das respostas dos alunos, verificou-se em que categoria (s) se encontrava (m).

Para finalizar, importa referir que os dados obtidos das questões colocadas no final de cada tarefa, bem como dos registos efetuados no diário do investigador foram importantes para ajudar a compreender e explicar os resultados do estudo.

## **Capítulo 4 – Resultados**

Este capítulo está organizado em três pontos norteadores, definidos de acordo com as questões de investigação. No primeiro encontra-se a apresentação dos resultados referentes ao contributo das tarefas orientadas para promover capacidades de RM dos alunos. O segundo ponto diz respeito às representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para a promoção de capacidades de RM. Finalmente, são apresentados os resultados relativos à opinião dos alunos sobre as tarefas promotoras de capacidades de RM, que realizaram.

### **4.1. Contributo das tarefas orientadas para o RM na promoção de capacidades de RM dos alunos**

Neste ponto, dar-se-á conta dos resultados obtidos, decorrente da análise das produções escritas dos alunos, nas oito tarefas que realizaram, orientadas para promover capacidades de RM. Inicialmente proceder-se-á a uma análise global dos resultados e, seguidamente, focar-se-á, especificamente, cada uma das capacidades de RM a que se apelou neste estudo.

Relembra-se que as capacidades de RM em foco, no âmbito desta investigação, foram: A. Formular conjecturas; B. Testar conjecturas; C. Explicar procedimentos; D. Justificar; E. Argumentar.

Após a análise de conteúdo realizada, descrita no capítulo anterior, obtiveram-se os resultados que surgem organizados no quadro 6. Apresenta-se a frequência absoluta e relativa, com os valores arredondados às unidades, dos alunos que evidenciaram, nas suas produções escritas, a mobilização de capacidades de RM a que se apelava, em cada questão, de cada tarefa. É, ainda, possível constatar o número de alunos envolvidos em cada tarefa, dado o número de participantes não ser igual em todas as sessões.

**Quadro 6.** Mobilização de capacidades de RM, em cada questão de cada tarefa (frequência absoluta e relativa)

Capacidades de Raciocínio Matemático		Tarefa 1	Tarefa 2		Tarefa 3		Tarefa 4		Tarefa 5		Tarefa 6		Tarefa 7		Tarefa 8	
		Q3.a)	Q1	Q2	Q1	Q2	Q1	Q2	Q2	Q3	Q3.a)	Q3.b)	Q1	Q2	Q1	Q2
		n= 27	n=27		n=27		n=21		n=27		n=25		n=27		n=26	
<b>A</b>	<b>A1.</b>	<b>11</b> (41%)			<b>5</b> (19%)				<b>10</b> (37%)		<b>5</b> (20%)					
	<b>A2<sup>1</sup>.</b>	<b>16</b> (59%)			<b>22</b> (81%)				<b>12</b> (44%)		<b>20</b> (80%)					
<b>B</b>	<b>B1.</b>					<b>19</b> (70%)				<b>15</b> (56%)		<b>9</b> (36%)				<b>9</b> (35%)
	<b>B2.</b>					<b>6</b> (22%)				<b>0</b>		<b>8</b> (32%)				<b>13</b> (50%)
<b>C</b>	<b>C1.</b>				<b>20</b> (74%)								<b>3</b> (11%)		<b>17</b> (65%)	
<b>D</b>	<b>D1<sup>2</sup>.</b>	<b>16</b> (59%)			<b>22</b> (81%)				<b>12</b> (44%)		<b>20</b> (80%)					
<b>E</b>	<b>E1.</b>		<b>13</b> (48%)	<b>4</b> (15%)			<b>0</b>	<b>0</b>						<b>0</b>		
	<b>E2.</b>		<b>14</b> (52%)	<b>8</b> (30%)			<b>13</b> (62%)	<b>14</b> (67%)						<b>16</b> (59%)		

<sup>1</sup> e <sup>2</sup> Relembra-se que, nesta investigação, optou-se por associar a formulação de conjecturas (A) com a justificação (D). Por essa razão, os valores A2 e D1 são coincidentes.

Analisando globalmente o quadro apresentado, que sintetiza os resultados obtidos após a análise das produções escritas dos alunos, percebe-se que a mobilização de cada uma das capacidades não aconteceu de forma gradual ao longo das sessões. Por outras palavras, não se verifica uma relação linear entre os resultados obtidos para cada capacidade de RM e as tarefas implementadas.

No que se refere à formulação de conjecturas (A), pela análise do quadro 6, constata-se que todos os alunos mobilizaram esta capacidade em todas as tarefas, exceto na tarefa 5, em que apenas 81% mobilizou esta capacidade. Verifica-se, ainda, que foi sempre maior o número de alunos que formulou a conjectura e apresentou as razões que a sustentavam (A2 e D1), relativamente àqueles que, somente, formulavam a sua conjectura (A1).

Quanto à capacidade de testar conjecturas (B), nenhuma das tarefas foi mobilizada pela totalidade dos alunos. Observa-se, ainda, que o número de alunos que apresentou a sua estratégia sem indicar as razões que a justificavam (B1) foi superior ao número de alunos que o fez de forma justificada (B2). Contudo, na última tarefa em que se apelou a esta capacidade, tarefa 8, ocorreu o inverso, isto é, foi maior o número de alunos que apresentou a sua estratégia e as razões que a justificavam (B2).

A capacidade de explicar procedimentos (C), pela análise do quadro 6, verifica-se que esta nunca foi mobilizada pela totalidade dos alunos. Constata-se, também, que o número de alunos que mobilizou esta capacidade na primeira tarefa em que se fez esse apelo, tarefa 3, foi superior relativamente às outras duas tarefas implementadas.

Por último, salienta-se a capacidade de argumentar (E) que apenas na questão 1 da tarefa 2 foi mobilizada pela totalidade dos alunos. Observando o quadro 6, verifica-se que foi sempre superior o número de alunos que apresentou a sua tese e as razões que a suportavam (E2) comparativamente ao número daqueles que apenas apresentava a sua tese (E1).

Expõem-se, de seguida, os resultados, focando, especificamente, cada uma das capacidades de RM invocadas, nesta investigação. Mostram-se, ainda, exemplos ilustrativos das produções dos alunos, que mobilizaram a capacidade de RM em foco, bem como exemplos das produções dos alunos que não mobilizaram essa mesma capacidade.

### A. Formular conjecturas e D. Justificar

Como o apelo a estas capacidades aconteceu em simultâneo, isto é, apelou-se à capacidade de justificar (D) sempre que se solicitava a formulação de conjecturas (A), a apresentação dos resultados irá seguir a mesma linha, tratando-se simultaneamente ambas as capacidades.

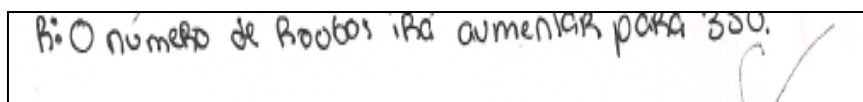
As tarefas que apelavam, explicitamente, a estas capacidades foram as tarefas 1, 3, 5 e 6, em que alguma das suas questões tinha este foco.

Na tarefa 1, verifica-se que todos os alunos mobilizaram a capacidade de formular conjecturas (A), sobre o número de assaltos previstos para o ano 2000. Contudo, somente, 59% dos alunos é que o conseguiram fazer de forma fundamentada.

Na maioria das produções analisadas, recorrendo aos dados do gráfico, apresentados no enunciado da tarefa, os alunos identificaram a diferença numérica ou, com a ajuda de uma régua, a diferença de alturas, entre as colunas, e transpuseram essa diferença, para o ano 2000.

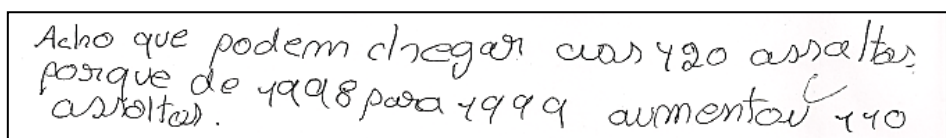
Na figura que se segue, apresenta-se o exemplo de uma resposta, onde o aluno foi capaz de formular uma conjectura (A1), “irá aumentar para 350”, contudo não foi capaz de expor as razões que sustentavam essa formulação (D1), isto é, não justificou o valor que apontou inicialmente, 350.

**Figura 2.** Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 1



Na figura 3, mostra-se uma conjectura, formulada por um aluno, que se encontra devidamente fundamentada (A2).

**Figura 3.** Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 1



Pela análise das respostas dos alunos à pergunta que se incluía no final desta tarefa [Explica o que pensas desta tarefa (aborrecida, motivadora, desafiante, frustrante, ...)], apurou-se que os alunos a classificaram como “motivadora” e “desafiante”. Pode-

se, assim, salientar que, apesar das hesitações que evidenciaram no início, descritas no diário do investigador, os alunos conseguiram mobilizar a capacidade em foco.

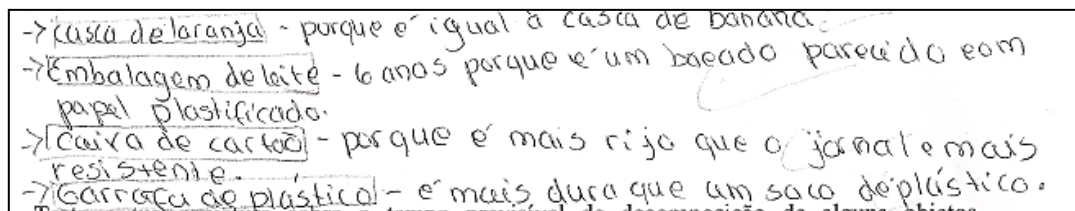
No que se refere à tarefa 3, constata-se que, tal como na tarefa 1, todos os alunos conseguiram mobilizar a capacidade de formular conjecturas (A) e, deste modo, indicar o tempo de decomposição estimado para cada um dos objetos.

Cinco dos alunos, simplesmente, preencheram a tabela sem, depois, apontar as razões inerentes a essas opções, ou seja, apenas formularam as conjecturas (A1).

A percentagem de alunos que apresentou uma conjectura com as razões que a justificavam (A2 e D1) foi de 81%. Todos estes alunos esclareceram que tinham decidido o tempo de decomposição dos objetos relacionando-os com o material de que eram feitos.

Seguidamente, mostra-se a resposta de um aluno que justifica cada uma das suas decisões, no que respeita à formulação de conjecturas que tinha efetuado.

**Figura 4.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 3

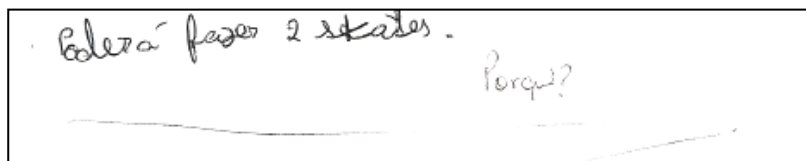


Nesta tarefa, comparativamente com as anteriores, foi maior o número de alunos que mobilizou a capacidade de justificar (D). Ao analisar as suas respostas às questões colocadas no final da tarefa [O que aprendi de novo? Se não aprendi, porquê? Senti dificuldades em] é possível encontrar algumas fundamentações para tal se ter verificado, como “*Porque já sabia isto [formular conjecturas e justificar] mais ou menos*” e “*Porque já tínhamos feito outras fichas*”.

Relativamente à tarefa 5, em que era solicitada a formulação de uma conjectura sobre o número de *skates* possíveis de montar com as peças disponíveis, 22 dos 27 alunos mobilizaram a capacidade de formular conjecturas (A).

Alguns alunos, 37%, apenas indicaram o número de *skates* possíveis de construir, isto é, formularam, somente, a conjectura (A1), tal como fez o aluno, cuja resposta se apresenta.

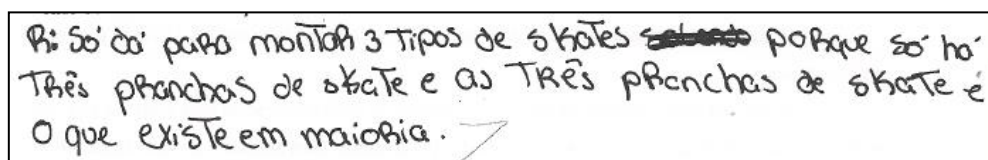
**Figura 5.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 5



Menos de metade dos alunos, 44%, apresentou as razões que alicerçavam a sua conjectura (D1).

Na figura que se segue, um dos participantes do estudo indica quantos *skates* pensa que poderá montar, com as peças disponibilizadas, suportando a sua conjectura no número de pranchas existentes.

**Figura 6.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 5



O número de alunos que mobilizou a capacidade de formular conjecturas (A), bem como de justificar (D), nesta tarefa, diminuiu, relativamente ao momento anterior em que se tinha realizado este apelo.

Como forma de encontrar possíveis explicações para tal, recorreu-se a análise das respostas dos alunos à questão apresentada no final desta tarefa [Avalia o teu desempenho nesta tarefa (insatisfatório, satisfatório, muito satisfatório) com as devidas justificações]. Destaca-se que nenhum aluno avaliou o seu desempenho como “muito satisfatório” e que a maioria o classificou como “satisfatório”. As razões que alguns alunos apontaram foram, concretamente, “*Tive algumas dúvidas.*” e “*Não sei o que fazer no exercício 2.*”.

Confrontando estes dados com os registos do diário do investigador, percebeu-se que a dificuldade dos alunos era não saberem como responder a esta questão sem efetuar cálculos, esquemas ou desenhos, tal como era solicitado no enunciado.

A última tarefa que apelava à formulação de conjecturas (A) era a tarefa 6, em que se alteravam os tempos de reação e se questionava sobre a modificação dos lugares de pódio.

Constata-se, após a análise das produções, que todos os alunos mobilizaram a capacidade de formular conjecturas (A).

Cinco alunos apenas indicaram se haveria ou não alteração aos lugares do pódio, isto é, apenas formularam a conjectura (A1), tal como fez o aluno, cuja resposta se apresenta de seguida.

**Figura 7.** Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 6

Não e não se justificar

Oitenta por cento formularam a conjectura e incluíram as razões que a justificavam (A2 e D1). Neste contexto, mostra-se, de seguida, a resposta de um aluno que justificou o facto de os lugares do pódio se manterem, mesmo com a alteração dos tempos de reação.

**Figura 8.** Resposta de um aluno à questão 3.a), da tarefa 6

Não, porque se fosse para todos menos os resultados não se mudavam.

Comparativamente com a tarefa anterior, em que se apelou às capacidades de formular conjecturas (A) e justificar (D), foi maior o número de alunos que as mobilizaram nesta tarefa.

Procuraram-se razões que fundamentassem tal facto na questão que se incluía no final desta tarefa [Assinala com um X a tua posição relativamente à formulação e teste de conjecturas]. Os alunos deviam assinalar uma das três opções apresentadas (Não sou capaz; Ainda sinto dificuldades; Sou capaz).

Muitos alunos não responderam a esta questão, possivelmente, por falta de tempo, uma vez que no diário do investigador se registou que as folhas foram recolhidas após 35 minutos de realização, pois já se tinha transposto o tempo previsto e combinado com o professor titular. Dos alunos que responderam à questão, a maioria selecionou a opção “sou capaz”, no que se refere à formulação de conjecturas. Nas justificações apresentadas pode ler-se: “É uma forma divertida de aprender com estas fichas.” e “Como estou a fazer mais exercícios consigo treinar e captar os conceitos.”.



## B. Testar conjecturas

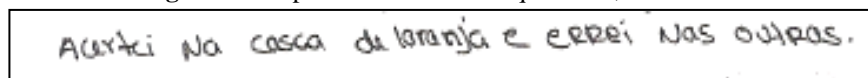
As tarefas 3, 5, 6 e 8 incluíam uma questão orientada para apelar à capacidade de testar conjecturas (B). As primeiras três tarefas surgem na sequência da formulação de conjecturas (A) que os alunos tinham realizado em questões anteriores na mesma tarefa.

Na tarefa 3, os alunos deviam confrontar as conjecturas formuladas, sobre o tempo de decomposição dos objetos, com os dados que eram fornecidos, posteriormente, numa tabela.

Constata-se que mais de 90% dos alunos evidenciaram, nas suas produções, uma estratégia para testar a conjectura, embora só 22% dessas produções incluísse as devidas justificações (B2).

Na figura 9 inclui-se a resposta de um aluno que testa as conjecturas que formulou (B1), na questão anterior, no entanto não justifica as diferenças que detetou entre as suas conjecturas e o tempo de composição que era mencionado na tabela.

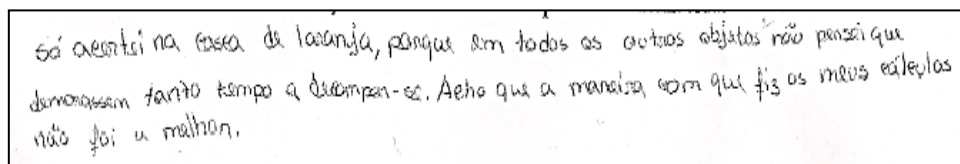
**Figura 9.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 3



Aconteci na casa de laranja e errei nas outras.

Por sua vez, a figura 10 mostra o teste de conjecturas de um aluno, que destacou os objetos para os quais o tempo de decomposição, que havia indicado, considerou aceitável, após a comparação com a tabela fornecida, e justificou (B2) o facto de a conjectura, anteriormente formulada, ser muito diferente do tempo real de decomposição.

**Figura 10.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 3



só aceitei na casa de laranja, porque em todos os outros objetos não pensei que demorassem tanto tempo a decompôr-se. Acho que a maneira com que fiz os meus cálculos não foi a melhor.

Esta era a primeira tarefa que apresentava uma questão com o foco no teste de conjectura (B). Poucos alunos, apenas 6, apresentaram uma estratégia para testar a sua conjectura e elucidaram sobre as razões que lhe eram inerentes (B2).

Decorrente da análise de registos feitos no diário do investigador, verifica-se que vários alunos sentiram dificuldade em mobilizar esta capacidade, afirmando, durante a execução da tarefa, incompreensão pelo que era solicitado, por não saberem o que implicava testar conjecturas.

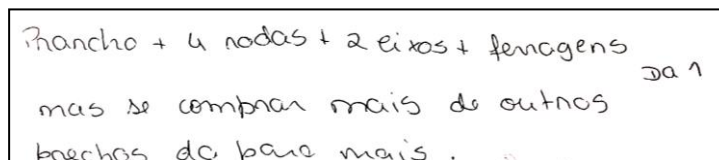
Esta ideia é corroborada pelo facto de que, quando, no final da tarefa, se questionou, oralmente, os alunos sobre o que pensavam da mesma, alguns dos comentários registados foram “*Não percebi nada do teste de conjecturas.*” e “*Até agora esta foi a tarefa mais difícil.*”.

Relativamente à tarefa 5, 15 alunos foram capazes de encontrar uma estratégia (B1) que permitia testar a conjectura que tinham formulado na questão anterior, sobre o número de *skates* que seria possível montar com as peças disponíveis. Todas as respostas foram na forma de esquemas ou desenhos, que, os alunos, não legendaram, nem explicitaram os fundamentos em que basearam a estratégia utilizada.

Nenhum aluno evidenciou ser capaz de definir uma estratégia, justificar a sua utilização e, de seguida, confrontar os resultados obtidos com a conjectura que tinha formulado (B2).

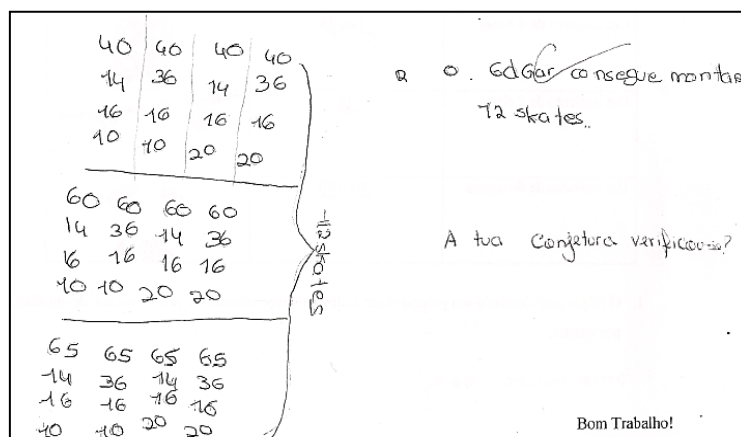
Na figura 11, aponta-se o exemplo de um aluno que não mobilizou a capacidade de testar conjecturas (B), uma vez que apenas indicou quais as peças necessárias para montar um *skate*. A leitura da sua resposta sugere que sabe que pode trocar as pranchas e, desse modo, fazer mais *skates*, contudo, não esclarece como pensa combinar as peças, nem quantos *skates*, efetivamente, conseguirá montar.

**Figura 11.** Resposta de um aluno à questão 3, da tarefa 5



Reproduz-se, na figura 12, a resposta de um aluno que, apenas, mostra a estratégia implementada para o teste de conjecturas (B1).

**Figura 12.** Resposta de um aluno à questão 3, da tarefa 5



Nesta tarefa foi menor o número de alunos que mobilizou a capacidade de testar conjecturas (B), relativamente à tarefa anterior.

Ao consultar os registos do diário do investigador, reconhece-se que alguns alunos sentiram dificuldades em diferenciar o que era solicitado nas questões 2 e 3. Na primeira questão pretendia-se que formulassem uma conjectura e, na segunda, que a testassem. Os comentários dos alunos evidenciam que, para responderem à questão 2, calcularam o número de *skates* e, por isso, não sabiam o que fazer na questão 3, pois pensaram tratar-se de uma repetição.

Outros alunos afirmaram que o número de peças que era necessário conjugar era demasiado, o que os deixava confusos ao tentar gerar todas as hipóteses possíveis. Neste contexto, ouviram-se comentários como “*Foi um bocado difícil na pergunta 3.*”.

Relativamente ao facto de nenhum dos 15 alunos ter sido capaz, após o teste de conjecturas, de se pronunciar sobre os resultados obtidos e confrontá-los com a conjectura formulada, não foi possível encontrar razões que permitissem explicar e compreender esta ocorrência.

No que se refere à tarefa 6, verifica-se que 17 alunos preencheram corretamente a tabela que era apresentada, que permitia fazer o teste da conjectura, anteriormente, formulada. No entanto, apenas 8 desses alunos se pronunciaram sobre os resultados obtidos e confrontaram-nos com a sua conjectura (B2).

Contabilizaram-se cinco alunos que calcularam erradamente os tempos de corrida, tendo, em três dos casos, registado valores negativos, conforme se mostra na figura 13.

**Figura 13.** Resposta de um aluno à questão 3.b), da tarefa 6

Pista	Tempo de reação (segundos)	Tempo de corrida (segundos)	Tempo final (segundos)
1	0,0733	- 4,9215	5,095
2	0,0603	- 4,9345	4,995
3	0,098	- 4,8365	4,935
4	0,09		Não terminou a corrida
5	0,103	-	5,085
6	0,129	-	5,02
7	0,081	-	5,09
8	0,094	-	5,065

De seguida, apresenta-se o teste de conjectura realizado por um dos participantes no estudo que, embora contenha um erro de cálculo, evidencia ter mobilizado a capacidade a que se apelava na questão em causa (B2).

**Figura 14.** Resposta de um aluno à questão 3.b), da tarefa 6

Pista	Tempo de reação (segundos)	Tempo de corrida (segundos)	Tempo final (segundos)
1	0,113 0,0735	9,943	10,0165 ✓
2	0,121 0,0608	9,869	10,0474 ✓
3	0,197 0,0985	9,673	9,7735 ✓
4	0,180 0,09	—	Não terminou a corrida
5	0,210 0,105	9,960	10,065 ✓
6	0,258 0,129	9,782	9,931 ✓
7	0,191 0,087	9,906	9,993 ✓
8	0,193 0,0965	9,937	10,0335 ✓

1º lugar: 3  
 2º lugar: 6  
 3º lugar: 7  
 ↓  
 Atendendo à resposta da tabela

R: Os lugares alteraram mudando o tempo de reação.

Comparativamente com a tarefa anterior, em que se apelou à capacidade de testar conjecturas (B), foi maior o número de alunos que a mobilizou nesta tarefa.

No final incluía-se uma questão [Assinala com um X a tua posição relativamente à formulação e teste de conjecturas], onde os alunos deviam assinalar uma das três opções apresentadas (Não sou capaz; Ainda sinto dificuldades; Sou capaz).

Na maioria das respostas os alunos indicaram “sou capaz [de testar conjecturas]”. Contudo, ao analisar as suas justificações, verificaram-se algumas hesitações, quando escreveram “Às vezes falho no teste de conjecturas.”, “Ainda não percebo muito bem.” e “Em alguma coisa consigo, mas noutras não.”. Estas razões poderão, possivelmente, explicar o facto de esta capacidade não ter sido mobilizada por todos os alunos.

No que respeita à tarefa 8, eram referidas cinco datas e os alunos deviam seleccionar aquela que se mostrava favorável para todos os amigos irem ao cinema, indicando as devidas razões. Verifica-se, pelo quadro 6, que 85% dos alunos mobilizaram a capacidade de testar conjecturas (B) e 50% fizeram-no apresentando as razões inerentes a escolha de uma data e à exclusão das outras opções (B2).

Inclui-se, de seguida, a resposta de um aluno que, ao responder à questão, não teve em consideração os dados apresentados na tabela do enunciado.

**Figura 15.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 8

apresentadas.

A. segunda-feira, 26 de março - não dá  
 B. quarta-feira, 28 de março - não dá  
 C. sexta-feira, 30 de março - não dá  
 D. sábado, 31 de março - não dá  
 E. domingo, 1 de abril - não dá

R.: só dá para o sábado  
 porque o filme dá às  
 12h, no o a essa hora da  
 para todos os amigos.  
 No sábado o filme é às  
 13h35!

Por outro lado, na figura 15, pode-se observar a resposta de um aluno, que seleciona a data mais conveniente e refere as razões que o levaram a rejeitar as outras hipóteses (B2).

**Figura 16.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 8

A. segunda-feira, 26 de março (Francisco) → Não pode, as segundas e  
 quartas, tem lições de música.  
 B. quarta-feira, 28 de março  
 C. sexta-feira, 30 de março  
 D. sábado, 31 de março  
 E. domingo, 1 de abril

sábado, não podem, porque não  
 podem chegar antes das 10h (da noite)  
 (Simão) → Não pode, porque vai visitar  
 a avó.

Comparando os resultados desta tarefa com as duas anteriores, no que se refere à capacidade de testar conjecturas (B), registou-se um aumento do número de alunos que a mobilizou, assim como foi maior a percentagem dos que se pronunciavam sobre os resultados obtidos (B2).

Analisando os registos do diário do investigador, encontram-se afirmações dos alunos como “Porque melhora a cada tarefa.”, “Agora parece que já são fáceis.” e “Foi a tarefa que me foi mais fácil de fazer.”, que podem justificar o facto de se ter registado o referido aumento do número de alunos que mobilizaram a capacidade em foco.

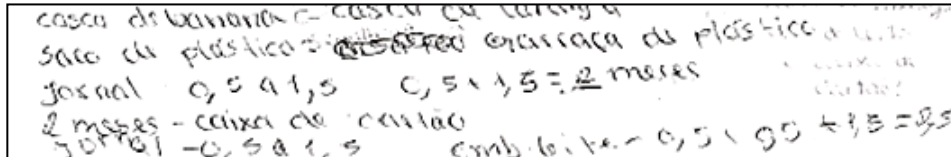
### C. Explicar procedimentos

As tarefas que incluíam questões que apelavam, explicitamente, à capacidade de explicar procedimentos (C) eram a 3, a 7 e a 8.

Relativamente à tarefa 3, era solicitada a explicação do raciocínio desenvolvido para formular a conjectura sobre o tempo de decomposição de diferentes objetos. Analisando as produções escritas dos alunos, verificou-se que 74% mobilizaram a capacidade solicitada (C), nesta questão.

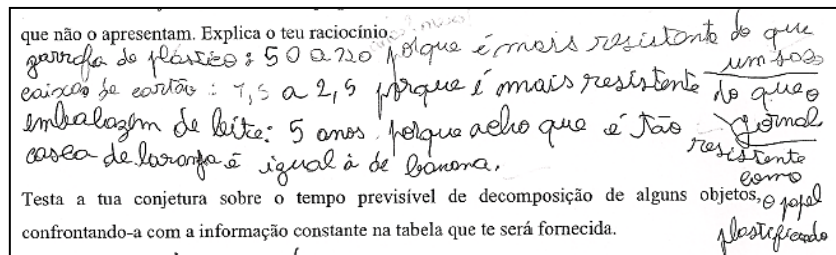
Na figura 17, apresenta-se a resposta de um aluno em que se compreende que adicionou os tempos de decomposição de diferentes objetos, sem tornar perceptíveis as razões inerentes a tal decisão.

**Figura 17.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 3



Mostra-se, seguidamente, a explicação apresentada, por um aluno, que relaciona os tempos de decomposição dos objetos, de acordo com o material de que são feitos e a sua resistência.

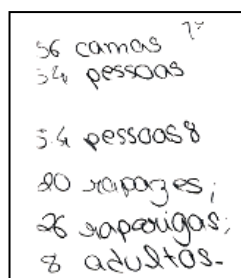
**Figura 18.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 3



No que toca à tarefa 7, constata-se que, somente, três alunos foram capazes de mobilizar a capacidade explicar procedimentos (C). Importa ainda destacar que quinze alunos não responderam a esta questão. Outros alunos repetiram a informação já apresentada na tabela, sem incluírem qualquer explicação que tornasse compreensível a sua resposta.

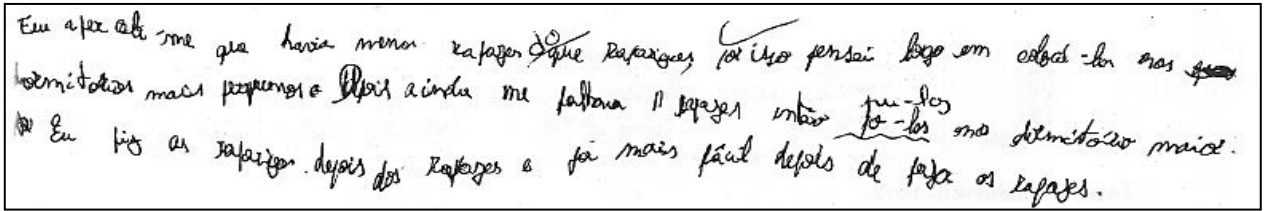
Ilustra-se, com a figura 19, a produção de um aluno que, apesar de ter preenchido corretamente a tabela com a distribuição dos adultos e das crianças, apenas reiterou, na forma de lista, as informações presentes no enunciado.

**Figura 19.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 7



Selecionou-se outra resposta em que o aluno para além de preencher corretamente a tabela e tornou claro os procedimentos que tinha adotado.

**Figura 20.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 7



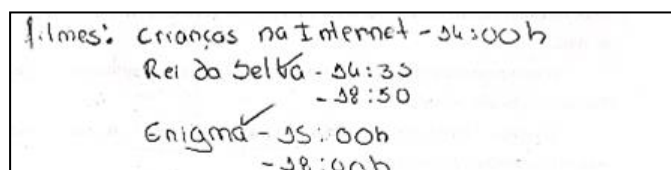
Nesta tarefa, o número de alunos que mobilizou a capacidade de explicar procedimentos (C) foi muito reduzido.

Por esta razão procedeu-se à análise dos registos do diário do investigador, para tentar encontrar evidências que permitissem explicar e compreender tal resultado. Com a leitura das anotações constantes no diário do investigador, detetou-se que os alunos se focaram em encontrar estratégias para preencher a tabela e, findo este trabalho, avançaram para a questão seguinte. Quer isto dizer que direcionaram a sua atenção para o preenchimento da tabela, em vez de o fazerem no sentido de mobilizarem a capacidade em foco (C). Também se apontavam comentários dos alunos que indicavam: “Foi complicada [a tarefa].” e que “Como envolveu mais raciocínio foi a menos divertida.”.

Na tarefa 8, os participantes deviam indicar quais os filmes que o grupo de amigos podia ver, tendo em atenção as condições que eram referidas sobre os mesmos, no quadro que constava no enunciado, e as condições impostas pelos amigos.

Com exceção de um aluno que não respondeu à questão, todos os outros identificaram corretamente os filmes que podiam ser vistos, conforme fez o aluno cuja produção se apresenta na figura 21. No entanto, este aluno não mobilizou a capacidade de explicar procedimentos (C), uma vez que, apenas, indicou a seleção dos filmes que obteve, após considerar as condições que lhe foram apresentadas.

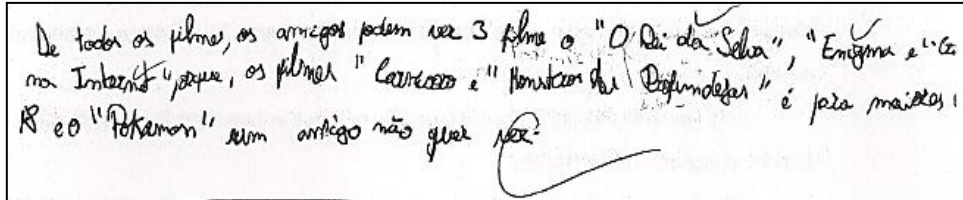
**Figura 21.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 8





A capacidade de explicar procedimentos (C), apenas foi evidenciada por 65% dos alunos. Neste contexto, inclui-se, na figura que se segue, a explicação dada por um aluno.

**Figura 22.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 8



Relativamente à tarefa anterior, em que se apelou à capacidade de explicar procedimentos (C), nesta tarefa, foi maior o número de alunos que mobilizou a capacidade em foco.

Analisaram-se as respostas dos alunos à questão que se incluía no final da tarefa [A realização desta tarefa ajudou-me a ser mais/igualmente/menos capaz de explicar o raciocínio], onde os alunos deviam selecionar a opção que correspondia à sua posição e, posteriormente, justificar.

Apesar de se contabilizar várias respostas em branco, 11 alunos indicaram que eram mais capazes de elaborar explicações, uma vez que “*Consigo melhor explicar o meu raciocínio com estas fichas.*” e “*Sou capaz de explicar o meu raciocínio mais rápido.*”.

## E. Argumentar

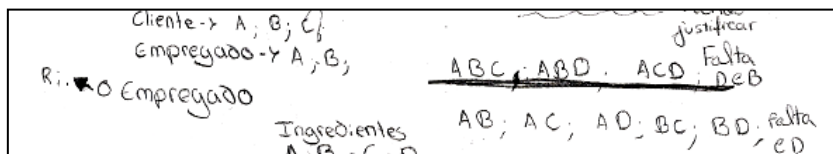
As tarefas com questões em que se apelava, explicitamente, à capacidade de argumentar (E) eram a 2, a 4 e a 7. Nas duas primeiras tarefas incluíam-se duas questões que invocavam à capacidade referida.

Relativamente à primeira pergunta da tarefa 2, todos os alunos foram capazes de tomar uma posição sobre quem teria razão naquele diálogo. Alguns, 52%, fizeram-no fundamentando a sua posição (E2).

Pela análise das produções, constatou-se que alguns alunos realizaram uma lista ou esquema com todas as pizzas que se podia fazer, com dois e três ingredientes. Esta foi a estratégia utilizada pelo aluno cuja resposta de inclui na figura 23. No entanto, o aluno apenas indicou qual dos interlocutores tinha razão (E1), sem fundamentar a sua escolha.

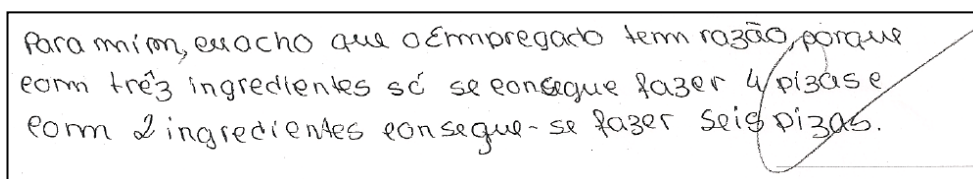


**Figura 23.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 2



Mostra-se, de seguida, o exemplo da produção de um aluno que justifica a sua resposta com base nas combinações de dois e três ingredientes possíveis de concretizar (E2).

**Figura 24.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 2

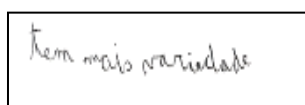


Na segunda questão, dessa mesma tarefa, os alunos, depois de definirem quem tinha razão, deviam tentar convencer o outro interlocutor com o seu ponto de vista, apresentando, para isso, o seu argumento.

Apenas 12, dos 27 alunos, 45%, mobilizaram a capacidade de argumentar (E), na resposta a esta questão. Destaca-se, ainda, que oito alunos não responderam a esta pergunta.

Na figura 25, inclui-se uma resposta em que o aluno não mobilizou a capacidade a que se apelava, uma vez que não esclareceu quem era o interlocutor, nem apontou as razões que suportavam a sua suposição.

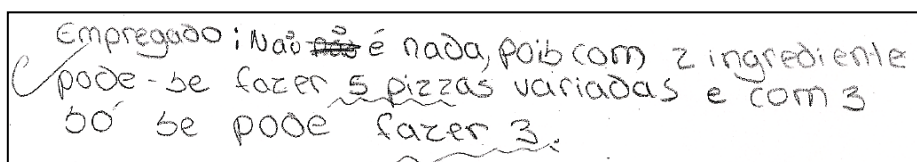
**Figura 25.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 2



Trinta por cento dos alunos mobilizaram a capacidade em foco, apresentando a sua tese, bem como as razões que a suportavam (E2).

Mostra-se um exemplo ilustrativo de uma resposta, que apesar de conter um erro no número de combinações possíveis, evidencia a mobilização da capacidade a que apelava a questão.

**Figura 26.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 2



Para compreender o registo de menor número de alunos a evidenciar mobilização da capacidade de argumentar (E) na questão 2 comparativamente com a questão 1, procedeu-se à análise das respostas dos alunos à questão que era colocada no final da tarefa [Gostaste desta tarefa? Sim/Não], em que deviam seleccionar uma das alternativas referidas e justificar a sua escolha.

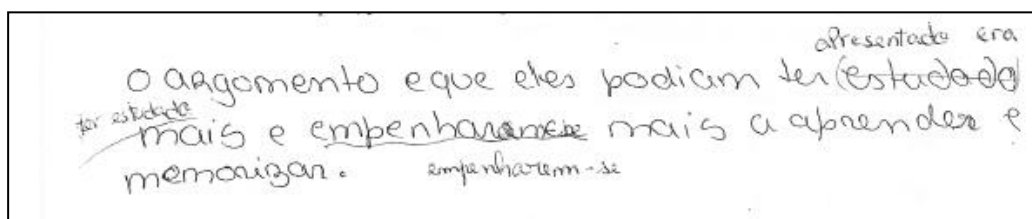
Por um lado encontram-se respostas como “*Foi muito motivador!*” e “*Foi divertida, pensativa e motivadora!*”. Por outro “*Estava mais difícil do que a anterior.*” e “*Era divertida, mas requer alguma atenção.*”.

Com o mesmo propósito, compreender e formular hipóteses explicativas para tais resultados, analisaram-se, ainda, os registos do diário do investigador e constatou-se que, na questão 2, os alunos manifestaram dúvidas e hesitações por não compreenderem o que implicava argumentar, uma vez que foi a primeira vez que se utilizou este termo. Tal poderá justificar o facto de, nesta questão, ter sido menor o número de alunos que mobilizou a capacidade em causa.

No que se refere à tarefa 4, em que são visíveis, na forma de um gráfico, as classificações de duas turmas, na primeira questão, os alunos deviam ajudar o grupo A a mostrar que as suas classificações eram melhores do que as do grupo B.

Na figura que se segue observa-se a resposta de um aluno que não mobilizou a capacidade a que se apelava, pois não se baseou nos dados que eram apresentados no gráfico, tal como era solicitado no enunciado.

**Figura 27.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 4



Importa referir que 62% dos alunos mobilizaram a capacidade em foco, isto é, apresentaram a tese defendida e as razões que lhe eram inerentes (E2).

Mostra-se, no exemplo da figura 28, a resposta de um aluno que calculou o número de classificações positivas e negativas, das duas turmas, e, posteriormente, socorreu-se desta análise para elaborar um argumento.

**Figura 28.** Resposta de um aluno à questão 1, da tarefa 4

Grupo A  $\Rightarrow$  Positivas  $\rightarrow 33$   
 Negativas  $\rightarrow 1$

Grupo B  $\Rightarrow$  positivas  $\rightarrow 10$   
 Negativas  $\rightarrow 2$

R.: Como o grupo A teve mais positivas e menos negativas do que o grupo B, têm melhores classificações.

Por sua vez, na questão 2, houve mais um aluno a mobilizar a capacidade de argumentar (E), passando, assim, para 67% a percentagem dos alunos que evidenciou esta capacidade, nas suas respostas.

Nesta questão, os alunos teriam de contra-argumentar, isto é, ajudar o professor a construir um argumento, para mostrar que as classificações do Grupo A eram piores.

No exemplo de resposta que de seguida se expõe, o aluno não mobilizou a capacidade a que se apelava, uma vez que não suportou a sua afirmação em evidências recolhidas na análise dos dados do gráfico.

**Figura 29.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 4

O Grupo A teve piores notas porque não se empenhou e não estudou.

Na figura 30, apresenta-se uma resposta em que o aluno compara o número de classificações negativas nas duas turmas e a classe em que se encontram e apoia-se em tal para desenvolver o seu argumento.

**Figura 30.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 4

$\rightarrow$  Grupo A  $\Rightarrow$  Negativas: 1  
 $\hookrightarrow$  Entre 0 e 9 pontos

$\rightarrow$  Grupo B  $\Rightarrow$  Negativas: 2  
 $\hookrightarrow$  Entre 10 e 49 pontos

R.: As duas negativas do grupo B foram mais elaboradas do que as do grupo A, por que as do grupo A são entre 0 e 9 pontos.

Procedeu-se à análise das respostas à questão que se incluía no final desta tarefa [A realização desta tarefa ajudou-me a ser mais/igualmente/menos capaz de desenvolver argumentos matemáticos], onde os alunos deviam selecionar a opção que correspondia à sua posição e, posteriormente, justificar.

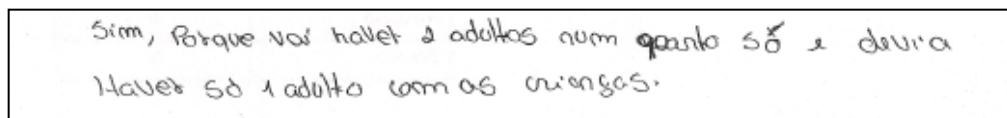
Nenhum aluno assinalou a opção “sou menos capaz”. A maioria optou por “sou mais capaz” e justificou a opção afirmando que “*Ajudou-me a desenvolver argumentos matemáticos e era uma coisa que eu não sabia muito bem.*” e “*Sinto-me capaz de fazer este trabalho.*”. Estas asserções ajudam a compreender o aumento do número de alunos que mobilizaram a capacidade em foco, no indicador E2 (Apresenta a tese que defende e as razões que a justificam), nesta tarefa, relativamente à anterior.

No que se refere à tarefa 7, em que se incluía uma consideração da direção da colónia de férias, os alunos deviam averiguar a sua veracidade e desenvolver a sua argumentação.

Verifica-se que 59% dos alunos mobilizaram a capacidade em foco. Constata-se, ainda, que oito alunos não responderam a esta questão.

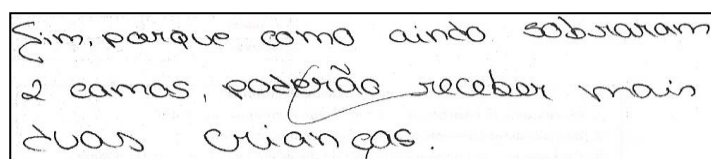
Na figura 31, mostra-se o exemplo de uma resposta em que o aluno evidencia não ter compreendido a informação que constava no regulamento [Em cada dormitório tem de dormir, pelo menos, um adulto] e não associa o número total de pessoas a distribuir ao número de camas existentes.

**Figura 31.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 7



No exemplo que, a seguir, se apresenta, o aluno concorda com a opinião da colónia de férias e sustenta a sua opinião no número de camas que ainda se encontram vagas.

**Figura 32.** Resposta de um aluno à questão 2, da tarefa 7



Em termos de frequência absoluta houve mais um aluno a mobilizar a capacidade de argumentar (E) comparativamente com o ocorrido no contexto da resposta à última questão da tarefa anterior. No entanto, 30% dos alunos não respondeu a esta pergunta.

Analisando os registos do diário do investigador, apurou-se que esta tarefa teve de ser recolhida ao fim de 30 minutos, uma vez que era este o tempo que estava combinado com o professor titular de turma. Como alguns alunos ainda se encontravam a realizar a tarefa, esta poderá ser uma razão que justifica o número de respostas em branco que se registaram.

Em suma, com a análise dos dados, pôde-se verificar que a mobilização das capacidades de RM não aconteceu de forma linear ao longo das sessões implementadas.

Com a análise das respostas às questões que se incluíram no final das tarefas confirmou-se que, na opinião dos alunos, a regularidade da realização das tarefas ajudou-os a mobilizar as capacidades de RM a que se apelou.

No entanto, houve tarefas em que os alunos referiram sentir dificuldades em algumas questões, afirmando que eram mais exigentes no que se refere ao RM. Outra razão que apontam é a dificuldade em compreender o que é solicitado em alguns enunciados, por não saberem que ações implica vocábulos como “testar [conjeturas] ” ou “argumentar”. Estas razões poderão ajudar a compreender o facto de em algumas tarefas se ter registado menor número de alunos a mobilizar determinada capacidade.

#### **4.2. Representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM**

Neste ponto relatam-se os resultados que se referem às representações dos alunos sobre o contributo das tarefas implementadas para a mobilização de capacidades de RM.

Os resultados apresentados decorreram da análise dos dados recolhidos com a implementação do questionário final aos alunos (Apêndice B).

Na tabela que se segue mostram-se as frequências, absolutas e relativas, das posições que os alunos assinalaram sobre o contributo das tarefas realizadas para promover cada uma das capacidades invocadas, nesta investigação.

**Quadro 7.** Representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas

A realização de tarefas que apelam ao Raciocínio Matemático contribuiu para eu ... (Para cada afirmação assinala com um X a tua posição).

	Mais	Igualmente	Menos	
Ser	<b>14</b> (54%)	<b>10</b> (38%)	<b>2</b> (8%)	Capaz de formular conjecturas.
	<b>17</b> (65%)	<b>9</b> (35%)	<b>0</b>	Capaz de testar conjecturas.
	<b>14</b> (54%)	<b>12</b> (46%)	<b>0</b>	Capaz de explicar o meu raciocínio.
	<b>17</b> (65%)	<b>9</b> (35%)	<b>0</b>	Capaz de justificar determinadas atuações.
	<b>11</b> (42%)	<b>14</b> (54%)	<b>1</b> (4%)	Capaz de expressar argumentos matemáticos.
Me sentir	<b>10</b> (38%)	<b>14</b> (54%)	<b>2</b> (8%)	Confiante quando tenho de formular conjecturas
	<b>11</b> (42%)	<b>14</b> (54%)	<b>1</b> (4%)	Confiante quando tenho de testar conjecturas.
	<b>17</b> (65%)	<b>9</b> (35%)	<b>0</b>	Confiante quando tenho de explicar o meu raciocínio.
	<b>17</b> (65%)	<b>9</b> (35%)	<b>0</b>	Confiante quando tenho de justificar determinadas atuações.
	<b>9</b> (35%)	<b>14</b> (54%)	<b>3</b> (12%)	Confiante quando tenho de expressar argumentos matemáticos.

De acordo com as respostas dos alunos, as tarefas implementadas contribuíram para que fossem mais capazes de mobilizar capacidades de RM. Estes resultados vêm corroborar as evidências registadas do diário do investigador, bem como as respostas dos alunos às questões colocadas no final das tarefas. Com a análise dos registos destes dois instrumentos tinha sido possível avançar que com o apelo sistemático a capacidades de RM se conseguia uma crescente mobilização das mesmas. Assim, as representações dos alunos, que constam no quadro 7, apontam no mesmo sentido.

A exceção é a capacidade de argumentar (E), uma vez que 54% dos alunos afirmam que, após a realização das tarefas, são igualmente capazes de expressar argumentos matemáticos. Para compreender e explicar tais resultados, relembra-se o quadro 6, que apresenta as frequências de mobilização das capacidades de RM, onde a capacidade de argumentar (E) foi a que registou a mobilização por um menor número de alunos, na última tarefa em que se fez esse apelo. Esta foi, também, a capacidade em que se registou maior número de respostas em branco. Estas evidências poderão resultar da dificuldade, manifestada pelos alunos, em compreender o que implicava argumentar.

Através do quadro 7, observa-se, ainda, que as capacidades que os alunos mencionaram como sendo as que foram mais capazes de mobilizar foram testar conjecturas (B) e justificar (D). Estas capacidades, juntamente com a capacidade de formular conjecturas (A), que, nesta investigação, estava associada à justificação (D), foram, efetivamente, as que os alunos mais mobilizaram, atendendo ao último apelo a cada uma das capacidades em foco neste estudo.

No que se refere à confiança que os alunos sentem quando são confrontados com questões que apelam ao RM, constata-se que a mesma não se alterou, após a realização das tarefas deste estudo. No entanto, quando envolve as capacidades de explicar procedimentos (C) e justificar (D) os alunos afirmam sentir-se mais confiantes (65%). Estes resultados podem justificar-se com o facto de estas duas capacidades terem sido as que os alunos menos mobilizaram inicialmente. Neste contexto, a realização frequente de tarefas com estes focos poderá ter ajudado os alunos a desenvolver confiança.

Globalmente, a partir dos resultados apresentados, pode-se afirmar que os alunos têm a perceção de que as tarefas implementadas, no âmbito desta investigação, contribuíram para a promoção de capacidades de RM.

Importa lembrar que no questionário final incluía-se uma pergunta de resposta aberta, onde os alunos se podiam expressar livremente, sobre as tarefas matemáticas implementadas.

Da análise das respostas obtidas, destacam-se três aspetos referidos por diversos alunos, concretamente, as suas representações acerca do contributo das tarefas para promover capacidades de RM, a vontade de continuar com a realização das tarefas e a atuação da professora estagiária investigadora.

No que respeita às representações dos alunos acerca do contributo das tarefas na promoção de capacidades de RM, as suas respostas foram no sentido do desenvolvimento do raciocínio através de tarefas motivadoras e desafiantes. Na resposta do A5 é possível constatar o gosto em desenvolver tarefas que apelam ao RM, uma vez que ele escreve “*Gostei bastante de todas as atividades porque me motivaram a fazer mais desafios e também para estimular os meus cálculos.*”. O A10 afirma “*Acho que desenvolve mais o meu raciocínio, e também serve para estudarmos para saber mais.*”. Inclui-se, ainda, a resposta do A27, que disse “*Acho as tarefas divertidas e desafiantes e obrigam-nos a pensar na resolução.*”.

No que se refere à vontade de continuar com a realização das tarefas orientadas para promover capacidades de RM, no futuro, onze alunos declararam querer continuar com a resolução das tarefas, apontando os benefícios que envolve em termos de raciocínio. Um dos alunos sugeriu que fossem realizadas com frequência semanal, dois alunos mostraram interesse em que fossem abordados outros temas e alguns afirmaram que se deviam assemelhar a outras, indicando-as especificamente. Exemplos disso são as respostas do A12 *“Gostaria de continuar com as tarefas mas gostava que as tarefas fossem iguais ou idênticas à tarefa das pizzas.”*, do A16 *“Eu gostaria de continuar estas tarefas mas de conteúdos diferentes.”* e do A25 *“Gostava de continuar com as tarefas mas mais parecidas com a última tarefa.”*

Relativamente à atuação da professora estagiária investigadora, os alunos focaram a relação estabelecida e o auxílio prestado no esclarecimento de dúvidas. Destacam-se as seguintes respostas dos alunos, como exemplos ilustrativos, *“Gostei da forma que a professora ajudou. Ela consegue explicar bem o que eu não percebo.”* (A11), *“A professora atuou bem: estava pronta a ajudar e a explicar. E era simpática.”* (A21) e *“A atuação da professora foi boa porque a professora é amiga e simpática.”* (A27).

Em suma, constatou-se que existe uma relação entre as representações dos alunos relativamente ao contributo das tarefas realizadas e a frequência de mobilização de cada capacidade.

Além disso, na perspetiva dos alunos, as tarefas realizadas contribuíram para que fossem mais capazes de mobilizar capacidades de RM. Tendo esta perceção, os alunos afirmam ser importante continuar com a sua implementação, preferencialmente, alargando-a a outros domínios do programa.

#### **4.3. Opinião dos alunos sobre as tarefas orientadas para promover capacidades de RM**

No presente ponto são apresentados os resultados obtidos, no que respeita à opinião dos alunos, relativamente às tarefas orientadas para promover capacidades de RM.

Estes resultados decorreram da análise das respostas dos alunos a questões do questionário implementado no final de todas as sessões (Apêndice B).



No quadro que se segue apresentam-se os resultados, após a análise das respostas à primeira pergunta do questionário [As tarefas realizadas, que apelavam ao Raciocínio Matemático, foram ...], em que os alunos deviam assinalar um dos extremos opostos de cada par de adjetivos que, na sua opinião, melhor caracterizasse as tarefas realizadas.

**Quadro 8.** Opinião dos alunos sobre as tarefas realizadas orientadas para promover capacidades de RM

				Total
Interessantes	21 (95%)	Desinteressantes	1 (5%)	22
Divertidas	18 (90%)	Aborrecidas	2 (10%)	20
Desafiantes	23 (96%)	Entediantes	1 (4%)	24

Ao realizar a análise das respostas a esta questão, constatou-se que nem todos os alunos compreenderam que deviam assinalar um adjetivo de cada par, de tal modo que cinco alunos assinalaram, apenas, num dos pares e dois alunos assinalaram, somente, em dois pares.

As suas respostas permitem definir as tarefas realizadas, orientadas para promover capacidades de RM, como *Interessantes*, *Divertidas* e *Desafiantes*.

Estes resultados estão em concordância com o que os alunos afirmavam no decorrer do estudo, nas questões de opinião que eram inseridas no final das tarefas.

A título de exemplo, na questão colocada no final da tarefa 1 [Explica o que pensas desta tarefa (aborrecida, motivadora, desafiante, frustrante...)] todos os alunos consideraram essa tarefa *Motivadora* e/ou *Desafiante*.

De igual modo na tarefa 2 [Gostaste desta tarefa? Sim/Não. Justifica a tua escolha], à exceção de um aluno que não respondeu à questão, todos afirmaram ter gostado da tarefa, justificando-se com adjetivos como *Desafiante*, *Divertida* e *Motivadora*.

Também na questão que se incluía no final da tarefa 7 [As aulas em que realizo estas tarefas fazem com que a aprendizagem da matemática seja mais/igualmente/menos ... motivante, desafiante e divertida.] se solicitava a opinião dos alunos sobre a aprendizagem tendo por base as tarefas. 61% das respostas referiam que a aprendizagem era mais *Motivante*, 50% indicaram-na como mais *Desafiante* e 82% como mais *Divertida*.

O quadro 9 apresenta os resultados obtidos, após a análise das respostas dos alunos à questão 2 do questionário final. Eram apresentados quatro indicadores, *Interesse*, *Gosto*, *Desafio* e *Dificuldade*, e, para cada um destes, era apresentado um quadro, onde os alunos deviam ordenar as tarefas realizadas, priorizando-as, com a atribuição de números, de acordo com a sua opinião.

Apresenta-se, no quadro seguinte, a ordenação das tarefas, obtida pela adição da “pontuação” que os alunos atribuíram a cada tarefa, em cada indicador.

**Quadro 9.** Ordenação das tarefas, pelos alunos, relativamente ao *Interesse*, *Gosto*, *Desafio* e *Dificuldade*

	Interesse		Gosto		Desafio		Dificuldade
+ interessante	<b>T8. Ida ao cinema</b> (91)	+ gostaste	<b>T8. Ida ao cinema</b> (80)	+ desafiante	<b>T8. Ida ao cinema</b> (102)	+ fácil	<b>T1. Assaltos</b> (93)
	<b>T2. Escolha das pizzas</b> (102)		<b>T7. Colónia de férias</b> (99)		<b>T3. Lixos</b> (109)		<b>T2. Escolha das pizzas</b> (97)
	<b>T1. Assaltos</b> (104)		<b>T1. Assaltos</b> (111)		<b>T5. Skate</b> (114)		<b>T4. Classificações obtidas</b> (113)
	<b>T3. Lixos</b> (114)		<b>T6. Tempo de reação</b> (120)		<b>T6. Tempo de reação</b> (115)		<b>T8. Ida ao cinema</b> (117)
	<b>T7. Colónia de férias</b> (119)		<b>T5. Skate</b> (123)		<b>T7. Colónia de férias</b> (119)		<b>T5. Skate</b> (121)
	<b>T6. Tempo de reação</b> (132)		<b>T2. Escolha das pizzas</b> (124)		<b>T2. Escolha das pizzas</b> (121)		<b>T3. Lixos</b> <b>T6. Tempo de reação</b> (130)
	<b>T5. Skate</b> (134)		<b>T3. Lixos</b> (137)		<b>T1. Assaltos</b> (122)		
- interessante	<b>T4. Classificações obtidas</b> (140)	- gostaste	<b>T4. Classificações obtidas</b> (142)	- desafiante	<b>T4. Classificações obtidas</b> (134)	+ difícil	<b>T7. Colónia de férias</b> (135)

Pela análise do quadro 9, verifica-se que a tarefa Ida ao cinema ocupa a primeira posição para os indicadores *Interesse*, *Gosto* e *Desafio* e, para os mesmos indicadores, na última posição encontra-se a tarefa Classificações obtidas. Quer isto dizer que a tarefa que, na opinião dos alunos, foi a mais interessante, a que mais gostaram e a mais desafiante foi a 8, Ida ao cinema. Por outro lado, a que classificaram como menos interessante, a que menos gostaram e a menos desafiante foi a tarefa 4, Classificações obtidas.

No que se refere ao indicador *Interesse*, os alunos esclarecem que a tarefa 8 foi a mais interessante, uma vez que para o A25 *“Foi fácil e divertida!”* e para o A18 *“tinha muito raciocínio e é preciso puxar pela cabeça.”*. Para a tarefa 4, tida como menos interessante, os alunos indicaram *“era mais fácil então não deu tanto interesse.”* (A8) ou, por outro lado, *“era difícil e não me interessei muito.”* (A15).

No que respeita o indicador *Gosto*, na opinião dos alunos, a tarefa Ida ao cinema ocupou a primeira posição porque *“gosto de ver filmes!”* (A7) / *“gosto dos filmes!”* (A6) e *“Gostei de resolver os problemas.”* (A11). A tarefa que menos gostaram foi a 4, Classificações obtidas, apresentado como justificações *“Não gostei muito mas era fácil.”* (A15) e *“Já tenho testes suficientes na minha vida e porque normalmente não me preocupo muito com as notas gerais da turma, preocupo-me mais com as minhas.”* (A24).

Relativamente ao indicador *Desafio*, a tarefa 8 foi, também, escolhida como mais desafiante, pois *“foi fácil mas ao mesmo tempo difícil e também desafiante.”* (A3) e *“foi muito interessante e desafiante porque tínhamos muitos dados e tínhamos que dividi-los.”* (A12). Como menos desafiante foi referida a tarefa 4, uma vez que *“foi bastante simples.”* (A5) e *“não acho que foi muito desafiante.”* (A18).

Para o indicador *Dificuldade*, a tarefa que os alunos identificaram como mais fácil foi a tarefa 1, Assaltos, indicando, simplesmente, *“porque foi fácil!”* (A17) / *“porque foi a mais fácil!”* (A24) e, também, porque *“Teve poucos exercícios por isso foi fácil.”* (A8). Como mais difícil definiram a tarefa 7, Colónia de férias, justificando que *“Tem dificuldade como as outras mas a tarefa é um bocadito chata. Acaba por ser difícil, porque não queremos pensar.”* (A12) e *“Tinha-se de fazer vários cálculos.”* (A13).

Os resultados apresentados no quadro 9 são consonantes com as evidências recolhidas e registadas no diário do investigador.

Após a implementação da tarefa 8, Ida ao cinema, quando se questionou, oralmente, os alunos, sobre o que pensavam da sua realização, nos seus comentários demonstraram ter gostado, *“Esta foi gira, porque falava do cinema.”* e *“Foi uma tarefa fácil de fazer.”*. De igual modo, destacaram o seu desafio *“Cada ficha de trabalho é mais desafiante.”* e *“Um bocado difícil no início, mas depois fácil e desafiante.”*.

A tarefa 4, Classificações obtidas, foi implementada no dia do teste de avaliação. Deste modo, no final da realização da tarefa, não lhes foi colocada, oralmente, a questão para recolher a sua opinião. Além disso a questão que se incluía, no final desta tarefa,

pretendia averiguar como os alunos se posicionavam relativamente à capacidade de argumentação. Por estas razões, não foi possível recolher informações que permitissem ajudar a compreender os critérios em estudo, isto é, o *Interesse*, o *Gosto* e o *Desafio*.

No que se refere à tarefa 1, que os alunos apontaram como mais fácil, estes resultados são coincidentes com os registos do diário do investigador, uma vez que, quando questionados, oralmente, sobre o que pensavam da tarefa, todos os que se pronunciaram afirmaram ter sido muito fácil e a restante turma concordou.

Por último, a tarefa 7, que foi apontada como a mais difícil, é referida, nos registos do diário do investigador como “*Foi complicada!*” e “*Tivemos de puxar muito pela cabeça.*” e “*Tivemos de fazer muito raciocínio.*”.

Em suma, na opinião dos alunos, as tarefas orientadas para promover capacidades de RM foram *Interessantes*, *Divertidas* e *Desafiantes*.

Foi-lhes solicitado, no questionário final, que ordenassem as tarefas de acordo com o *Interesse*, *Gosto*, *Desafio* e *Dificuldade*. Os resultados obtidos, na sequência da análise dos dados colhidos com este instrumento, são concordantes com outras opiniões recolhidas, anteriormente, através da observação, cujos registos foram efetuados no diário do investigador, bem como através do inquérito realizado com as questões colocadas no final de cada tarefa.

## Capítulo 5 – Conclusões

Este capítulo encontra-se dividido em quatro pontos. No primeiro ponto apresenta-se uma síntese conclusiva dos resultados obtidos. Seguidamente, apontam-se as limitações desta investigação. Posteriormente, fazem-se algumas sugestões para trabalhos de investigação futuros. Por último, incluem-se considerações finais, em que se reflete sobre todo o percurso e estudo realizados.

### 5.1. Síntese Conclusiva dos Resultados

No que se refere à primeira questão [Qual o contributo das tarefas orientadas para o RM na promoção de capacidades de RM dos alunos?], tendo em consideração os resultados obtidos, apresentados no capítulo anterior, conclui-se que as tarefas implementadas, orientadas para o RM, contribuíram para a promoção de capacidades de RM dos alunos.

Verificou-se, pelos resultados do quadro 6, que os alunos mobilizaram capacidades de formular conjecturas (A), testar conjecturas (B), explicar procedimentos (C), justificar (D) e argumentar (E), embora a frequência de mobilização destas capacidades tenha sido distinta. Reconhece-se, ainda, pelos resultados obtidos, que a mobilização das capacidades de RM não aconteceu de forma linear, com o decorrer das sessões.

De seguida, expõem-se as conclusões, considerando cada uma das capacidades de RM a que se apelou, explicitamente, nesta investigação.

No que se refere às capacidades de formular conjecturas (A) e justificar (D), aumentou o número de alunos que as mobilizou, comparando a primeira com a última tarefa com este foco.

Constata-se, igualmente, que em todas as tarefas, que apelaram à formulação de conjecturas, foi sempre maior o número de alunos que o fez de forma justificada (A2), isto é, indicando as razões inerentes àquela formulação (D1).

Verifica-se, ainda, que, somente, na tarefa 5 a capacidade de formular conjecturas (A) não foi mobilizada por todos os alunos. Quando se procurou razões que justificassem tal facto, as respostas e comentários dos alunos indicavam que estes tinham tido dificuldade na sua realização, uma vez que não sabiam responder à questão sem recorrer a cálculos, esquemas ou desenhos, tal como era solicitado no enunciado da tarefa.

Relativamente ao teste de conjecturas (B), em nenhuma das tarefas implementadas a totalidade dos alunos mobilizou esta capacidade. Foi evidente, através da análise dos registos do diário do investigador, bem como das respostas às questões colocadas no final das tarefas, que os alunos demonstraram dificuldades em responder a esta questão por não compreenderem o que implicava a mobilização desta capacidade.

É possível apurar que, em todas as tarefas, a maioria dos alunos, apenas, apresentava a sua estratégia para testar a conjectura (B1). Possivelmente, por se centrarem em alcançar uma resposta, focavam-se na aplicação de uma estratégia e não tanto em refletir sobre a mesma, no final.

No entanto, na última tarefa, orientada para apelar a esta capacidade, verificou-se que 50% dos participantes, para além de desenvolver uma estratégia, elucidou sobre as razões implícitas à aplicação da mesma (B2). Deste modo, é possível afirmar que, no que concerne ao teste de conjecturas (B), à medida que se realizaram as tarefas aumentou o número de alunos que mobilizou esta capacidade, bem como aumentou o número de alunos que o fazia apresentando as respetivas justificações (B2).

No que toca à capacidade de explicar procedimentos (C), em nenhuma das tarefas a totalidade dos participantes mobilizou esta capacidade. Observou-se, ainda, que foi na primeira tarefa com este foco que mais alunos mobilizaram a capacidade de explicar os procedimentos adotados (C1).

No segundo apelo a esta capacidade poucos alunos mobilizaram a capacidade de explicar (C). Com a leitura das anotações do diário do investigador, detetou-se que os alunos se focaram em encontrar estratégias para preencher a tabela e, findo este trabalho, avançaram para a questão seguinte. Por esta razão, não mobilizaram a capacidade a que se apelava (C).

Na última tarefa, com este foco (C), voltou a aumentar o número de alunos que mobilizou esta capacidade, o que sugere que a regularidade de apelo torna os alunos mais capazes de mobilizarem a capacidade em análise (C). Nesse mesmo sentido apontam, também, as opiniões dos alunos, recolhidas nas respostas que elaboraram à questão colocada no final da tarefa.

Por fim, no que se refere à capacidade de argumentar (E), foi, apenas, na primeira questão da tarefa 2 que todos os alunos mobilizaram esta capacidade.

O menor número de alunos a mobilizar a capacidade em foco (E) na questão 2 da tarefa 2 é justificado pelo facto de ser a primeira vez que se solicita aos alunos um argumento. Como não sabiam o que tal implicava, demonstraram muitas hesitações.

Desde então, o número de alunos que mobilizou esta capacidade (E) foi sempre aumentando, o que os alunos justificaram com uma maior familiaridade com a natureza destas tarefas.

Destaca-se, ainda, o facto de o número de alunos que apresentou a sua tese e as razões que a suportavam (E2) ter sido sempre superior ao número de alunos que, apenas, apresentou a sua tese (E1).

Para finalizar, importa ressaltar que os resultados obtidos permitem concluir que a implementação de tarefas permitiu a promoção de capacidades de RM. Deste modo, é possível afirmar que esta investigação terá contribuído, positivamente, para a formação dos alunos.

Pretendeu-se, ainda, dar resposta a outra questão de investigação, concretamente, quais as representações dos alunos sobre o contributo das tarefas realizadas para promover capacidades de RM.

Na perspetiva dos alunos, conforme resultados obtidos, decorrentes da análise das respostas ao questionário final, as tarefas implementadas contribuíram para que fossem mais capazes de mobilizar capacidades de RM. As capacidades que os alunos mencionaram como as que foram mais capazes de mobilizar foram testar conjecturas (B) e justificar (D), que coincidem com as que apresentaram, efetivamente, maior número de alunos a mobilizar da última vez que se apelou às mesmas.

Estes resultados são suportados por afirmações realizadas no decorrer das tarefas, pelos alunos, indicando que a sistematicidade da implementação das tarefas os tornava mais capazes de mobilizar as capacidades de RM. Destacam, concretamente, o teste de conjecturas (B), pois, inicialmente, os alunos não sabiam o que implicava esta capacidade, bem como a justificação (D), porque foram compreendendo como formular as razões que suportavam as suas conjecturas.

A exceção é a capacidade de argumentação (E), uma vez que a maioria dos alunos refere que, após a realização das tarefas, são igualmente capazes de expressar argumentos matemáticos. Possivelmente por terem demonstrado dificuldades em compreender o que envolvia a argumentação, acrescido do facto de a tarefa 4 não ter sido realizada por seis alunos, uma vez que coincidiu com o dia da ficha de avaliação, e, ainda, a tarefa 7 ter sido recolhida sem os alunos a terem terminado, pois tinha-se ultrapassado o tempo previsto e combinado, com o professor titular de turma, para a sua realização.

Relativamente à confiança que sentem quando são confrontados com questões que apelam a capacidades de RM, após a realização das tarefas, os alunos afirmam sentir-se igualmente confiantes.

No entanto, quando essas capacidades envolvem explicar procedimentos (C) e justificar (D), os alunos sentem-se mais confiantes. Estes resultados podem justificar-se com o facto de estas duas capacidades terem sido as que os alunos menos mobilizaram inicialmente. Assim, é possível concluir que a realização frequente de tarefas com estes focos poderá ter ajudado os alunos a desenvolver confiança.

Por fim, pela análise das respostas dos alunos na pergunta 4, do questionário final, pode-se concluir têm a percepção de que as tarefas contribuíram para promover capacidades de RM. Além disso, gostariam de continuar a desenvolver tarefas orientadas para promover capacidades de RM, embora com o foco noutros domínios programáticos. Finalmente, conclui-se que a relação positiva que a professora estagiária investigadora estabeleceu permitiu auxiliar nos momentos de dúvida sobre as tarefas.

Com a última questão de investigação pretendia-se saber qual a opinião dos alunos sobre as tarefas orientadas para promover capacidades de RM.

Os alunos definiram as tarefas realizadas, orientadas para promover capacidades de RM, como *Interessantes*, *Divertidas* e *Desafiantes*.

Além disso, elegeram a tarefa 8, Ida ao cinema, como a mais interessante, a mais desafiante e, também, a que mais gostaram. A tarefa 4, Classificações obtidas, foi apontada como a menos interessante, a menos desafiante e a que menos gostaram. Como mais fácil, os alunos indicaram a primeira tarefa realizada, Assaltos, e como mais difícil a tarefa 7, Colónia de férias.

## **5.2. Limitações da Investigação**

Dada a natureza da própria investigação, assente num plano de Investigação-Ação, uma das limitações que se deve apontar é a realização de, somente, um ciclo de investigação, o que foi condicionado pela dinâmica inerente à PPS.

Outra limitação que se pode mencionar é que, nesta investigação, não foi realizado um pré-teste ao questionário final, uma vez que não havia alunos em condições de responder, pois toda a turma estava implicada na investigação. Consequentemente, no momento em que se procedeu à análise das respostas dos alunos, verificou-se que nem todos compreenderam o que era solicitado na primeira questão,



em que deviam assinalar uma opção em cada par de adjetivos apresentados. Esta problemática poderia ter sido ultrapassada marcando cada categoria com uma cor ou alertando os alunos para a particularidade da questão, no momento de entrega do questionário, tal como aconteceu com a pergunta 2.

### **5.3. Sugestões para Trabalhos Futuros**

De seguida apresentam-se algumas sugestões que se afiguram como possíveis investigações pertinentes a realizar.

- i) Com os mesmos participantes, num nível de escolaridade mais avançado, implementar tarefas orientadas para promover capacidades de RM e avaliar o seu contributo na promoção de capacidades de RM, comparando-os, posteriormente, com os resultados desta investigação. Nessa implementação, as tarefas incidiriam, igualmente, no domínio OTD e apelariam às mesmas capacidades de RM em foco neste estudo.
- ii) Tal como sugeriram os participantes desta investigação no questionário final, implementar as tarefas no âmbito de outros domínios programáticos, ou seja diferentes de OTD. O referencial teórico, bem como o instrumento de análise das produções dos alunos, elaborados neste estudo, poderiam ser tidos em consideração. A finalidade seria, tal como nesta investigação, avaliar o contributo dessas tarefas na promoção das diferentes capacidades de RM.
- iii) Desenvolver o estudo com alunos do 1.º CEB, uma vez que se reconhece a importância de apelar ao RM desde os primeiros anos de escolaridade. Tal como refere o NCTM (2008, p. 146), “Desde cedo, os alunos deverão confrontar-se com experiências que lhes permitam desenvolver e aperfeiçoar os processos de pensamento”. Para tal seria necessário adaptar as tarefas e o instrumento de análise das produções às capacidades a que se deve apelar nessa faixa etária. A avaliação do contributo das tarefas seria executada no final do ciclo para compreender o impacto da realização das tarefas, após um longo período de implementação.

#### 5.4. Considerações Finais

Recorrendo ao Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea (2001), verifica-se que “investigar” remete para procurar, estudar, explorar.

Para Coutinho (2011), a investigação surge, assim, na sequência da resposta a duas questões: “Qual é o meu problema?” e “O que devo fazer?”. Por outras palavras, a investigação advém da necessidade de construir um corpo de conhecimentos, que se consegue com a procura de soluções, quando detetados problemas.

Concretamente no domínio educacional, o ser-se professor implica questionar-se sobre as suas decisões educativas, o insucesso de alguns alunos, as propostas didáticas e/ou os manuais. Tudo isto faz dele um investigador, uma vez que procura atribuir sentido às suas experiências e vivências, adotando uma atitude de abertura e aprendizagem dentro da sala de aula (Alarcão, 2001).

Pretende-se, assim, que o professor seja mais do que um executor de currículos, exige-se-lhe, também, que seja um investigador com o objetivo de: “produzir conhecimento, modificar a realidade e transformar os actores [próprio professor] ” (Simões, 1990 citado em Coutinho, 2011, p. 315).

Nos objetivos do Mestrado em Ensino dos 1.º e 2.º CEB, elencados no site no site da Universidade de Aveiro, está subjacente a preocupação em preparar o professor, na sua formação inicial, para, também, ser investigador. Deste modo, surgiu a articulação da formação para a investigação com a componente prática de PPS, respeitando a máxima de “aprende-se a investigar, investigando” (Alarcão, 2001, p. 28).

Conhecendo o contexto educativo e as características dos participantes, pensou-se nas questões que Coutinho (2011) apontou como incitadoras de uma investigação. O “problema” emergiu da análise de diversos estudos nacionais e internacionais, bem como trabalhos de outros investigadores que sugeriam a promoção do RM, num quadro em que Portugal apresentava fracos desempenhos nesses estudos. Ao pensar “O que devo fazer?” para auxiliar os alunos e contribuir para a investigação matemática, ponderou-se um plano de Investigação-Ação.

Esta é uma tipologia de investigação assente em trabalho empírico, frequente na prática de professores, uma vez que permite associar a reflexão crítica com a operacionalização de mudanças (Coutinho, 2011). Quer isto dizer que a reflexão que o professor realiza sobre a sua prática, contribui para introduzir alterações à mesma e, possivelmente, resolver os problemas detetados.

Deste modo, com o propósito de investigar, em simultâneo com a intenção de operar mudanças, afigurou-se como pertinente indagar sobre o contributo de tarefas que foram seleccionadas, reformuladas e implementadas na promoção de capacidades de RM.

Com este estudo houve a possibilidade de estabelecer o contacto inicial com a prática investigativa, o que contribuiu para a formação profissional, permitindo adotar uma atitude de investigação em consonância com a prática pedagógica.

Com o trabalho de investigação foi, também, possível conhecer metodologias de investigação. Após o desenho do plano de intervenção, houve a preocupação em ponderar quais as técnicas a utilizar para se proceder à recolha dos dados. Neste contexto foram construídos instrumentos para a recolha de dados das produções escritas dos alunos, bem como para registar as observações efetuadas e, também, para inquirir os alunos.

Considera-se, ainda, que a capacidade de investigação assenta, em grande medida, na reflexão. Foi assim possível desenvolver a capacidade de reflexão pelas decisões, tomadas no momento em que estava a decorrer a implementação do estudo que Alarcão (1991, p. 9) denomina como *reflexão na ação* em que “refletimos no decurso da própria ação, sem a interrompermos”. Contudo, todas as decisões devem ser repensadas, para, no futuro, concretamente nas sessões seguintes, se implementar melhorias, realizando, assim, posteriormente, uma *reflexão sobre a reflexão na ação* que, de acordo com a autora citada, é o “processo que leva o profissional a progredir no seu desenvolvimento e a construir a sua forma pessoal de conhecer” (p. 9).

Apesar de tudo o que foi referido, seria pertinente um segundo ciclo de investigação para que os alunos continuassem a desenvolver capacidades de RM, para que a professora investigadora pudesse desenvolver mais competências de cariz investigativo e, ainda, para se superar algumas das limitações apontadas nesta investigação.

Refere-se, especificamente, a realização de um pré-teste a todos os materiais construídos ou adaptados para o estudo, com um grupo de aluno selecionados para o efeito, que não participassem na investigação. Desta forma seria possível garantir a aplicabilidade dos mesmos, em termos do tempo de execução previsto, assim como relativamente à clareza das instruções das questões.

Outro aspeto a considerar seria a recolha da opinião dos alunos no final de cada tarefa. Neste estudo, as questões que permitiam obter opiniões estavam relacionadas com o desempenho dos alunos em termos de mobilização de capacidades de RM, com

as aprendizagens já alcançadas ou com as dificuldades sentidas na realização da tarefa em questão. Num segundo ciclo de investigação seria importante recolher sempre informações sobre todos estes aspetos, isto é, uma opinião relacionada com o desempenho dos alunos, outra com as capacidades de RM em foco e, ainda, com as dificuldades sentidas. Conseguir-se-ia, deste modo, um vasto leque de dados, que auxiliava na compreensão e explicação dos resultados, permitindo, assim, uma triangulação de dados mais profunda, uma vez que se tinha ao dispor uma maior quantidade de opiniões dos alunos.

Para finalizar, importa esclarecer que, acima de tudo, esta investigação constituiu-se como uma forma de preparação e crescimento profissional. Todas as dificuldades com que se deparou permitiram desenvolver aprendizagens para que, com a implementação de um segundo ciclo de I-A, pudessem ser tidas em consideração.

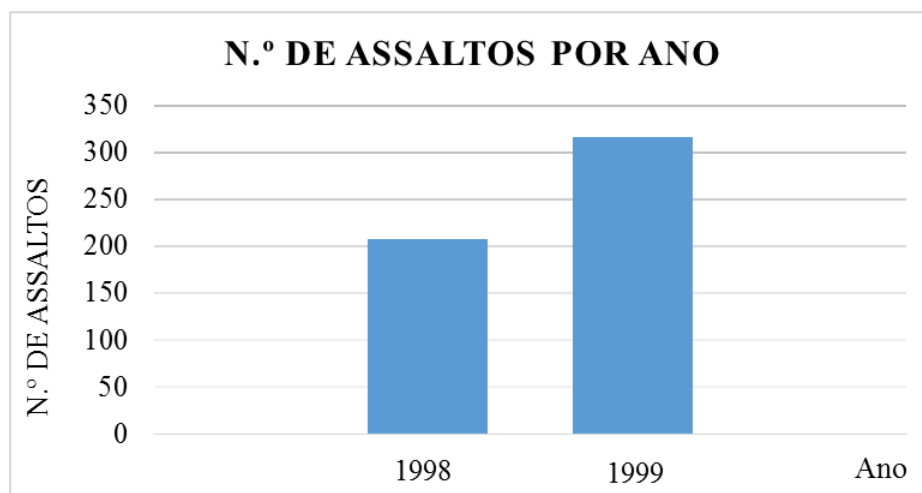
## **Apêndices**

## **Apêndice A. Tarefas Matemáticas**

Nome \_\_\_\_\_  
N.º \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### Tarefa 1. Assaltos<sup>1</sup>

Num programa de televisão, um jornalista apresentou o gráfico abaixo e disse:  
«O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um aumento muito grande do número de assaltos.»



1. Indica a variável em estudo. \_\_\_\_\_
2. Classifica essa variável. \_\_\_\_\_
3. Considera poder ser representado o ano 2000.
  - a) Formula uma conjectura acerca do número de roubos previsíveis para o ano 2000 e justifica a tua resposta.

Bom Trabalho!

Explica o que pensas desta tarefa (aborrecida, motivadora, desafiante, frustrante, ...).

---

---

---

---

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). *PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000 (parte 1)*. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.

Nome \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## **Tarefa 2.** Escolha das pizzas<sup>1</sup>

Numa pizaria, pode-se comer uma pizza com dois ingredientes de base: queijo e tomate. Também se pode compor a própria pizza com ingredientes extra. Pode-se escolher de entre quatro ingredientes extra diferentes: azeitonas, fiambre, cogumelos e salame.

O João quer encomendar uma pizza, mas está com dificuldade em escolhê-la. Enquanto a encomenda, tem esta conversa com o empregado.

**João:** Se eu pretender três ingredientes e os combinar entre si, posso obter maior variedade de pizzas do que só pretendendo dois ingredientes.

Ou seja, quanto mais ingredientes eu pensar colocar, mais pizzas diferentes eu posso fazer.

**Empregado:** Não é nada disso! Quantos mais ingredientes seleccionar, menos pizzas diferentes pode fazer.

1. Para ti, qual dos dois tem razão naquilo que está a dizer. Apresenta a(s) razão(ões) que suporta(m) a tua escolha.

2. Apresenta um argumento que possa ser dito pela pessoa que pensas ter razão para convencer o outro.

Bom Trabalho!

Gostaste desta tarefa (assinala com X)	Sim	Não
Justifica a tua escolha		

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000 (parte 1). Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.



Nome \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### Tarefa 3. Lixos<sup>1</sup>

Para um trabalho de casa sobre o meio ambiente, os alunos de uma turma recolheram informação sobre o tempo de decomposição de diferentes objetos que as pessoas deitam no lixo.

O quadro que a seguir se apresenta refere esse mesmo tempo de decomposição previsto para cada um dos objetos.

Objetos	Tempo de decomposição
Casca da banana	1 a 3 meses
Saco de plástico	30 a 100 anos
Jornal	0,5 a 1,5 meses
Papel plastificado	5 anos
Casca da laranja	
Embalagem de leite	
Caixa de cartão	
Garrafa de plástico	

1. Formula uma conjectura fundamentada acerca do tempo previsível de decomposição de cada um dos objetos que não o apresentam. Explica o teu raciocínio.
2. Testa a tua conjectura sobre o tempo previsível de decomposição de alguns objetos, confrontando-a com a informação constante na tabela que te será fornecida.

**Bom Trabalho!**

O que aprendi de novo? \_\_\_\_\_

Se não aprendi, porquê? \_\_\_\_\_

Senti dificuldades em \_\_\_\_\_

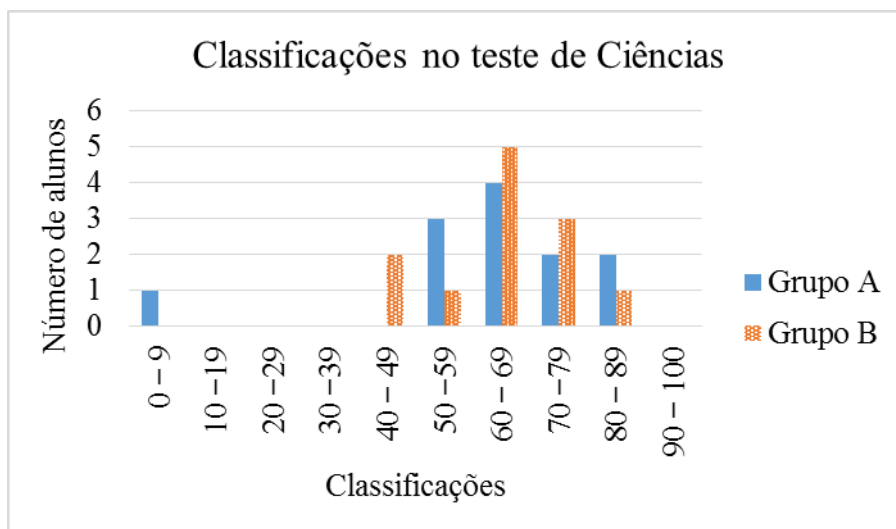
<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000 (parte 1). Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.

Nome _____		
N.º _____	Turma _____	Data ____/____/____

**Tarefa 4.** Classificações obtidas<sup>1</sup>

O gráfico seguinte mostra as classificações, numa escala de 0 a 100 pontos, de um teste de Ciências obtidas por dois grupos de alunos, designados por Grupo A e Grupo B.

A classificação média no grupo A é de 62 pontos e de 64,5 pontos no grupo B. Os alunos passam neste teste se tiverem uma nota igual ou superior a 50 pontos.



Com base neste gráfico, o professor concluiu que, neste teste, o grupo B obteve melhores classificações do que o grupo A.

Os alunos do grupo A não estão de acordo e tentam convencê-lo de que o Grupo B não teve, necessariamente, melhores classificações.

1. Observa o gráfico e desenvolve a argumentação matemática, que possa ser utilizada pelos alunos do Grupo A, para mostrarem que as suas classificações foram melhores que as do Grupo B.

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). *PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000 (parte 2)*. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.

2. Desenvolve a contra-argumentação que o professor possa apresentar para mostrar aos alunos do Grupo A que as suas classificações foram as piores.

Bom Trabalho!

A realização desta tarefa ajudou-me a ... (Para cada afirmação assinala com um X a tua posição)

	Mais	Igualmente	Menos	
<b>Ser</b>				Capaz de avaliar as situações apresentadas e tomar uma posição.
<b>Ser</b>				Capaz de desenvolver argumentos matemáticos.
<b>Estar</b>				Confiante para trabalhar a argumentação matemática.


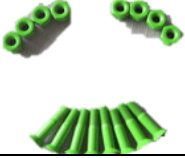
Justifica as escolhas anteriores. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Nome _____		
N.º _____	Turma _____	Data ____/____/____

### Tarefa 5. Skate<sup>1</sup>

O Edgar gosta muito de andar de *skate*. Foi a uma loja, chamada Skaters, para verificar alguns preços.

Nessa loja pode comprar-se um *skate* completo ou pode comprar-se uma prancha, um conjunto de 4 rodas, um conjunto de 2 eixos e um conjunto de ferragens, para montar o próprio *skate*. Os preços dos artigos, nessa loja, são os seguintes:

Artigo	Preço (€)	
<i>Skate</i> completo	82 ou 84	
Prancha	40, 60 ou 65	
Um conjunto de 4 rodas	14 ou 36	
Um conjunto de 2 eixos	16	
Um conjunto de ferragens	10 ou 20	

1. O Edgar quer montar o seu próprio *skate*. Calcula o preço mínimo e o preço máximo de um *skate* por montar.

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000 (parte 1). Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.

2. Sem efetuares cálculos, esquemas ou desenhos, formula uma conjectura para o número de *skates* diferentes que o Edgar consegue montar, sabendo que a loja tem três tipos de pranchas diferentes, dois conjuntos de rodas diferentes e dois conjuntos de ferragens diferentes. Para cada conjunto de eixos só há uma escolha possível. Justifica-a.

3. Realizando cálculos, esquemas ou desenhos, testa a tua conjectura sobre o número de *skates* diferentes que o Edgar pode montar, sabendo que a loja tem três tipos de pranchas diferentes, dois conjuntos de rodas diferentes e dois conjuntos de ferragens diferentes. Para cada conjunto de eixos só há uma escolha possível.

Bom Trabalho!

---

Avalia o teu desempenho nesta tarefa (insatisfatório, satisfatório, muito satisfatório) com as devidas justificações.

---

---

---

---

Nome \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### **Tarefa 6.** Tempo de reação<sup>1</sup>

Numa corrida de velocidade, chama-se tempo de reação ao intervalo de tempo entre o tiro de partida e o momento em que o atleta sai do bloco de partida. O tempo final inclui este tempo de reação e o tempo de corrida.

A tabela seguinte apresenta o tempo de reação e o tempo final de 8 corredores numa corrida de 100 m.

<b>Pista</b>	<b>Tempo de reação (segundos)</b>	<b>Tempo de corrida (segundos)</b>	<b>Tempo final (segundos)</b>
<b>1</b>	0,147		10,09
<b>2</b>	0,121		9,99
<b>3</b>	0,197		9,87
<b>4</b>	0,180		Não terminou a corrida
<b>5</b>	0,210		10,17
<b>6</b>	0,258		10,04
<b>7</b>	0,174		10,08
<b>8</b>	0,193		10,13

**1.** Identifica os corredores que ganharam as medalhas de ouro (1.º lugar), de prata (2.º lugar) e de bronze (3.º lugar) nesta corrida.

**2.** Calcula o tempo de efetiva corrida dos diferentes corredores, registando-o na tabela acima apresentada.

---

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). *PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000 (parte 1)*. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.

3. Imagina que cada um dos atletas tinha tido metade do tempo de reação daquele que foi registado, mas manteve o mesmo tempo de corrida.

a. Sem efetuares cálculos formula uma conjectura sobre se os atletas que ocupam os lugares do pódio se alteram. Justifica a tua resposta.

b. Testa a conjectura que formulaste na questão anterior, calculando os novos tempos finais dos atletas.

Pista	Tempo de reação (segundos)	Tempo de corrida (segundos)	Tempo final (segundos)
1			
2			
3			
4			Não terminou a corrida
5			
6			
7			
8			

Bom Trabalho!

Assinala com uma X a tua posição relativamente à formulação e teste de conjecturas.

	Ainda não sou capaz	Ainda sinto dificuldades	Já sou capaz
Formulação de conjecturas.			
Teste de conjecturas.			

As tarefas matemáticas que tens realizado ajudam-te a ser mais capaz de formular e testar conjecturas matemáticas? Justifica a tua resposta. \_\_\_\_\_

---



---

Nome \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### **Tarefa 7. Colónia de férias<sup>1</sup>**

O Serviço Comunitário da Zedelândia está a organizar uma colónia de férias de cinco dias. Inscreveram-se para a colónia 46 crianças (26 raparigas e 20 rapazes) e 8 adultos (4 homens e 4 mulheres) ofereceram-se como voluntários para acompanharem e organizarem a colónia de férias.

<b>Tabela 1. Adultos</b>	
D. Maria	Sr. Simão
D. Carolina	Sr. Noé
D. Graça	Sr. Veloso
D. Luísa	Sr. Pascoal

<b>Tabela 2. N.º de camas dos dormitórios</b>	
<b>Nome</b>	<b>Número de camas</b>
Vermelho	12
Azul	8
Verde	8
Violeta	8
Laranja	8
Amarelo	6
Branco	6

#### **Regulamento do dormitório:**

1. Os rapazes e as raparigas têm de dormir em dormitórios separados.
2. Em cada dormitório tem de dormir, pelo menos, um adulto.
3. O(s) adulto(s) de um dormitório tem/têm de ser do mesmo sexo que as crianças.

1. Preenche a tabela de modo a distribuir as 46 crianças e os 8 adultos pelos dormitórios, respeitando o regulamento na íntegra. De seguida, explica como pensaste.

<b>Nome</b>	<b>Número de rapazes</b>	<b>Número de raparigas</b>	<b>Nome(s) do(s) adulto(s)</b>
<b>Vermelho</b>			
<b>Azul</b>			
<b>Verde</b>			
<b>Violeta</b>			
<b>Laranja</b>			
<b>Amarelo</b>			
<b>Branco</b>			

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). PISA: Resolução de Problemas – Itens Libertos 2003. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.



2. A organização do campo de férias está convencida que será possível receber mais crianças. Concordas com esta posição? Apresenta a(s) razão(ões) que suporta(m) a tua posição.

Bom Trabalho!

---

As aulas em que realizo estas tarefas fazem com que a aprendizagem da matemática seja... (Para cada categoria assinala com um X a tua posição e justifica-a)

Mais	Igualmente	Menos		Justifica a tua posição
			Motivante	
			Desafiante	
			Divertida	

Nome \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### Tarefa 8. Ida ao cinema<sup>1</sup>

O Ivo, de 15 anos, quer organizar uma ida ao cinema com dois amigos da sua idade, durante as férias escolares de uma semana. As férias começam no sábado, 24 de março e terminam no domingo, 1 de abril.

O Ivo pergunta aos seus amigos quais são os dias e as horas que lhes convêm para irem ao cinema. Recebe as seguintes informações:

Francisco: “Tenho de ficar em casa às segundas e quartas à tarde, entre as 14h30 min e as 15h30 min, para as minhas lições de música.”.

Simão: “Aos domingos tenho de visitar a minha avó, por isso, aos domingos não pode ser. Já vi o Pokémon e não quero vê-lo outra vez.”.

Os pais do Ivo insistem para que ele veja apenas filmes adequados à sua idade e não querem que ele volte para casa a pé. Propõem levar os rapazes a casa a qualquer hora, até às 22h.

O Ivo informa-se sobre os horários dos filmes para a semana de férias. Obtém as seguintes informações:

<b>Cinema das Amoreira</b> Número de telefone para reservas: 219 244 230 Preço especial às terças-feiras: 3€ para qualquer filme Cartaz dos filmes a partir de sexta-feira, 23 de março, válido por duas semanas			
<b>Crianças na Internet</b> – 113 min 21h 35min (sáb. e dom.) 14h 00min (seg. a sex.)	Interdito a menores de 12 anos.	<b>Pokémon</b> – 105 min 13h 40min (diariamente) 16h 35min (diariamente)	Sujeito a permissão dos pais.
<b>Monstros das Profundezas</b> – 164 min 19h 55 min (sex. e sáb.)	Interdito a menores de 18 anos.	<b>Enigma</b> – 144 min 15h 00min (seg. a sex.) 18h 00 min (sáb. e dom.)	Interdito a menores de 12 anos.
<b>Carnívoro</b> – 148 min 18h 30 min (diariamente)	Interdito a menores de 18 anos.	<b>O Rei da Selva</b> – 117 min 14h 35 min (seg. a sex.) 18h 50min (sáb. e dom.)	Para todos.

<sup>1</sup> Adaptado de ProjAVI (s.d.). PISA: Resolução de Problemas – Itens Libertos 2003. Lisboa: Grupo de projeto para a Avaliação Internacional de alunos.

1. Tendo em conta as informações que o Ivo obteve sobre os filmes, assim como as informações que obteve dos amigos, qual (ou quais) dos seis filmes é que o Ivo e os amigos poderiam considerar ir ver? Explica como chegaste à tua resposta.
  
2. Se os três rapazes decidissem ir ver o filme “Crianças na Internet”, qual das seguintes datas lhes conviria? Testa a possibilidade de os amigos poderem ver esse filme em cada uma das datas apresentadas.
  - A. segunda-feira, 26 de março
  - B. quarta-feira, 28 de março
  - C. sexta-feira, 30 de março
  - D. sábado, 31 de março
  - E. domingo, 1 de abril

Bom Trabalho!

---

A realização desta tarefa ajudou-me a ... (Para cada afirmação assinala com um X a tua posição)

	Mais	Igualmente	Menos	
<b>Ser</b>				Capaz de avaliar as situações apresentadas.
<b>Ser</b>				Capaz de explicar o meu raciocínio.
<b>Estar</b>				Confiante para desenvolver o meu raciocínio.

Justifica cada uma das escolhas anteriores. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## **Apêndice B. Questionário Final**

Nome \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_

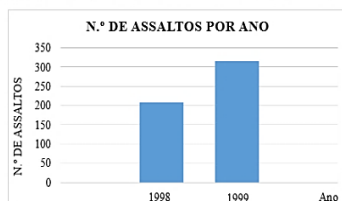
Data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## Questionário

Ao longo das últimas aulas, foste confrontado com as tarefas matemáticas, apresentadas em baixo, que apelavam ao uso do Raciocínio Matemático, no domínio Organização e Tratamento de Dados.

### Tarefa 1. Assaltos

Num programa de televisão, um jornalista apresentou o gráfico abaixo e disse:  
«O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um aumento muito grande do número de assaltos.»



- Indica a variável em estudo.
  - Classifica essa variável.
  - Considera poder ser representado o ano 2000.
- a) Formula uma conjectura acerca do número de roubos previsíveis para o ano 2000.
- b) Apresenta razões que a justifiquem.

### Tarefa 2. Escolhas

Numa pizaria, pode-se comer uma piza com dois ingredientes de base: queijo e tomate. Também se pode compor a própria piza com ingredientes extra. Pode-se escolher de entre quatro ingredientes extra diferentes: azeitonas, fiambre, cogumelos e salame.

O João quer encomendar uma piza, mas está com dificuldade em escolhê-la. Enquanto a encomenda, tem esta conversa com o empregado.

**João:** Se eu pretender três ingredientes e os combinar entre si, posso obter maior variedade de pizzas do que só pretendendo dois ingredientes. Ou seja, quanto mais ingredientes eu pensar colocar, mais pizzas diferentes eu posso fazer.

**Empregado:** Não é nada disso! Quanto mais ingredientes selecionar, menos pizzas diferentes pode fazer.

- Para ti, qual dos dois tem razão naquilo que está a dizer. Justifica a tua resposta.
- Apresenta um argumento que possa ser dito pela pessoa que pensas ter razão para convencer o outro.

### Tarefa 3. Lixos

Para um trabalho de casa sobre o meio ambiente, os alunos de uma turma recolheram informação sobre o tempo de decomposição de diferentes objetos que as pessoas deitam no lixo.

O quadro que a seguir se apresenta refere esse mesmo tempo de decomposição previsto para cada um dos objetos.

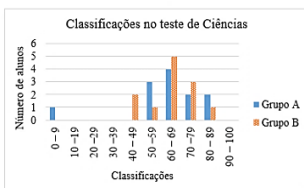
Objetos	Tempo de decomposição
Casca da banana	1 a 3 meses
Saco de plástico	30 a 100 anos
Jornal	0,5 a 1,5 meses
Papel plastificado	5 anos
Casca da laranja	
Embalagem de leite	
Caixa de cartão	
Garrafa de plástico	

- Formula uma conjectura acerca do tempo previsível de decomposição de cada um dos objetos que não o apresentam. Explica o teu raciocínio.
- Testa a tua conjectura sobre o tempo previsível de decomposição de alguns objetos, confrontando-a com a informação constante na tabela que te será fornecida.

### Tarefa 4. Classificações obtidas num teste

O gráfico seguinte mostra as classificações, numa escala de 0 a 100 pontos, de um teste de Ciências obtidos por dois grupos de alunos, designados por Grupo A e Grupo B.

A classificação média no grupo A é de 62 pontos e de 64,5 pontos no grupo B. Os alunos passam neste teste se tiverem uma nota igual ou superior a 50 pontos.



Com base neste gráfico, o professor concluiu que o grupo B obteve melhores classificações neste teste do que o grupo A.

Os alunos do grupo A não estão de acordo e tentam convencê-lo de que o Grupo B não teve necessariamente melhores classificações.

- Observa o gráfico e desenvolve um argumento matemático, que possa ser utilizado pelos alunos do Grupo A, para mostrarem que as suas classificações foram melhores que o Grupo B.

### Tarefa 5. Skate

O Edgar gosta muito de andar de skate. Foi a uma loja, chamada SKATERS, para verificar alguns preços.

Nessa loja pode comprar-se um skate completo ou pode comprar-se uma prancha, um conjunto de 4 rodas, um conjunto de 2 eixos e um conjunto de ferragens, para montar o próprio skate. Os preços dos artigos, nessa loja, são os seguintes:

Artigo	Preço (€)	
Skate completo	82 ou 84	
Prancha	40, 60 ou 65	
Um conjunto de 4 rodas	14 ou 36	
Um conjunto de 2 eixos	16	
Um conjunto de ferragens	10 ou 20	

- O Edgar quer montar o seu próprio skate. Calcula o preço mínimo e o preço máximo de um

### Tarefa 6. Tempo de reação

Numa corrida de velocidade, chama-se tempo de reação ao intervalo de tempo entre o tiro de partida e o momento em que o atleta sai do bloco de partida. O tempo final inclui este tempo de reação e o tempo de corrida.

A tabela seguinte apresenta o tempo de reação e o tempo final de 8 corredores numa corrida de 100 m.

Pista	Tempo de reação (segundos)	Tempo de corrida (segundos)	Tempo final (segundos)
1	0,147		10,09
2	0,121		9,99
3	0,197		9,87
4	0,180		Não terminou a corrida
5	0,210		10,17
6	0,258		10,04
7	0,174		10,08
8	0,193		10,13

- Identifica os corredores que ganharam as medalhas de ouro (1.º), de prata (2.º) e de bronze (3.º) nesta corrida.

### Tarefa 7. Colónia de férias

O Serviço Comunitário da Zedelândia está a organizar uma colónia de férias de cinco dias. Inscreveram-se para a colónia 46 crianças (26 raparigas e 20 rapazes), e 8 adultos (4 homens e 4 mulheres) ofereceram-se como voluntários para acompanharem e organizarem a colónia de férias.

Tabela 1. Adultos	
D. Maria	Sr. Simão
D. Carolina	Sr. Noé
D. Graça	Sr. Veloso
D. Luísa	Sr. Pascoal

Tabela 2. N.º de camas dos dormitórios	
Nome	Número de camas
Vermelho	12
Azul	8
Verde	8
Violeta	8
Laranja	8
Amarelo	6
Branco	6

#### Regulamento do dormitório:

- Os rapazes e as raparigas têm de dormir em dormitórios separados.
- Em cada dormitório tem de dormir, pelo menos, um adulto.
- O(s) adulto(s) de um dormitório tem/tem de ser do mesmo sexo que as crianças.

### Tarefa 8. Ida ao cinema

O Ivo, de 15 anos, quer organizar uma ida ao cinema com dois amigos da sua idade, durante as férias escolares de uma semana. As férias começam no sábado, 24 de Março e terminam no domingo, 1 de Abril.

O Ivo pergunta aos seus amigos quais são os dias e as horas que lhes convêm para irem ao cinema. Recebe as seguintes informações:

Francisco: "Tenho de ficar em casa às segundas e quartas à tarde, entre as 14h30 min e as 15h30 min, para as minhas lições de música".

Simão: "Aos domingos tenho de visitar a minha avó, por isso, aos domingos não pode ser. Já vi o Pokémon e não quero vê-lo outra vez".

Os pais do Ivo insistem que ele veja apenas filmes adequados à sua idade e não querem que ele volte para casa a pé. Propõem levar os rapazes a casa a qualquer hora, até às 22h.

O Ivo informa-se sobre os horários dos filmes para a semana de férias. Obtém as seguintes informações:

Cinema das Américas			
Número de telefone para reservas: 219 244 230			
Preço especial às terças-feiras: 3€ para qualquer filme			
Cartaz dos filmes a partir de sexta-feira, 23 de março, válido por duas semanas			
<b>Crianças na Internet</b> – 115 min 21h 35min (sáb. e dom.) 14h 00min (seg. a sex.)	<b>Interdito a menores de 12 anos.</b>	<b>Pokémon</b> – 105 min 13h 40min (diariamente) 16h 35min (diariamente)	<b>Sujeito a permissão dos pais.</b>
<b>Monstros das Profundezas</b> – 164 min 19h 55 min (sex. e sáb.)	<b>Interdito a menores de 18 anos.</b>	<b>Enigma</b> – 144 min 15h 00min (seg. a sex.) 18h 00 min (sáb. e dom.)	<b>Interdito a menores de 12 anos.</b>
<b>Caruivoro</b> – 148 min 18h 30 min (diariamente)	<b>Interdito a menores de 18 anos.</b>	<b>O Rei da Selva</b> – 111 min 14h 35 min (seg. a sex.) 18h 50min (sáb. e dom.)	<b>Para todos.</b>

Neste questionário serão colocadas perguntas sobre essas mesmas tarefas.

Lê e responde, por favor, a cada questão de forma mais honesta e completa possível.

1. As tarefas realizadas, que apelavam ao Raciocínio Matemático, foram ... (Para cada categoria assinala com um X a tua opinião).

Interessantes		Desinteressantes	
Divertidas		Aborrecidas	
Desafiantes		Entediantes	

2. Para cada quadro que se segue, na coluna que aparece em branco, ordena as tarefas de acordo com a tua preferência, atribuindo números de 1 a 8, de acordo com:

- a) O seu interesse, ou seja da mais interessante, atribuindo o número 1, à menos interessante, atribuindo o número 8. Justifica a 1.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> escolhas.

Tarefa	<u>Interesse</u>	Justifica a 1. <sup>a</sup> e 8. <sup>a</sup> escolhas
1. Assaltos		1. <sup>a</sup> escolha: _____ porque       8. <sup>a</sup> escolha: _____ porque
2. Escolha das pizzas		
3. Lixos		
4. Classificações obtidas		
5. Skate		
6. Tempo de reação		
7. Colónia de férias		
8. Ida ao cinema		

- b) O gosto em executá-la, ou seja da que mais gostaste realizar, atribuindo o número 1, à que menos gostaste realizar, atribuindo o número 8. Justifica a 1.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> escolhas.

Tarefa	<u>Gosto</u>	Justifica a 1. <sup>a</sup> e 8. <sup>a</sup> escolhas
1. Assaltos		1. <sup>a</sup> escolha: _____ porque       8. <sup>a</sup> escolha: _____ porque
2. Escolha das pizzas		
3. Lixos		
4. Classificações obtidas		
5. Skate		
6. Tempo de reação		
7. Colónia de férias		
8. Ida ao cinema		

- c) O nível de desafio, ou seja da que consideras ter sido mais desafiante, atribuindo o número 1, à que consideras menos desafiante, atribuindo o número 8. Justifica a 1.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> escolhas.

Tarefa	<u>Desafio</u>	Justifica a 1. <sup>a</sup> e 8. <sup>a</sup> escolhas
1. Assaltos		1. <sup>a</sup> escolha: _____ porque       8. <sup>a</sup> escolha: _____ porque
2. Escolha das pizzas		
3. Lixos		
4. Classificações obtidas		
5. <i>Skate</i>		
6. Tempo de reação		
7. Colónia de férias		
8. Ida ao cinema		

- d) O seu nível de dificuldade, ou seja da que foi mais fácil, atribuindo o número 1, à que foi mais difícil, atribuindo o número 8. Justifica a 1.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> escolhas.

Tarefa	<u>Dificuldade</u>	Justifica a 1. <sup>a</sup> e 8. <sup>a</sup> escolhas
1. Assaltos		1. <sup>a</sup> escolha: _____ porque       8. <sup>a</sup> escolha: _____ porque
2. Escolha das pizzas		
3. Lixos		
4. Classificações obtidas		
5. <i>Skate</i>		
6. Tempo de reação		
7. Colónia de férias		
8. Ida ao cinema		

3. A realização de tarefas que apelam ao Raciocínio Matemático contribuiu para eu ... (Para cada afirmação assinala com um X a tua posição).<sup>1</sup>

	Mais	Igualmente	Menos	
Ser				Capaz de formular conjecturas.
				Capaz de testar conjecturas.
				Capaz de explicar o meu raciocínio.
				Capaz de justificar determinadas atuações.
				Capaz de expressar argumentos matemáticos.
Me sentir				Confiante quando tenho de formular conjecturas
				Confiante quando tenho de testar conjecturas.
				Confiante quando tenho de explicar o meu raciocínio.
				Confiante quando tenho de justificar determinadas atuações.
				Confiante quando tenho de expressar argumentos matemáticos.

4. Em relação às tarefas matemáticas, gostaria de dizer ... (como foi a atuação da professora durante a realização das tarefas, se gostaria de continuar com esta tarefas e porquê,...).<sup>1</sup>

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Obrigada pela tua colaboração!

<sup>1</sup> Adaptado de Ribeiro, F. (2012). *Abordagem de questões socio-científicas controversas no 1.º CEB*. Relatório Final. Aveiro: Universidade de Aveiro.



## **Apêndice C. Instrumento de Análise das Produções dos Alunos**

### Instrumento de Análise das produções dos alunos

Indicações de preenchimento: Se o indicador foi observado, regista-se a situação através dos sinais (+) verifica-se, (-) não se verifica e (NO) não observado na coluna “Registo de evidências”. Inclui-se uma breve transcrição de frase do aluno na coluna “Observações”.

Capacidade de RM			
Dimensões de análise	Indicadores	Registo de evidências	Observações
<b>A. Formular conjecturas</b>	<b>A1.</b> Formula uma conjectura que responde a uma determinada pergunta. <b>A2.</b> Formula uma conjectura que responde a uma determinada pergunta e apresenta as razões que a justificam.		
<b>B. Testar conjecturas</b>	<b>B1.</b> Apresenta estratégia de teste de conjectura. <b>B2.</b> Apresenta estratégia de teste de conjectura e as razões que a justificam.		
<b>C. Explicar procedimentos</b>	<b>C1.</b> Descreve os procedimentos adotados, tornando-os compreensíveis ao outro.		
<b>D. Justificar</b>	<b>D1.</b> Apresenta as causas/razões que suportam determinada atuação, comportamento ou acontecimento.		
<b>E. Argumentar</b>	<b>E1.</b> Apresenta a tese que defende. <b>E2.</b> Apresenta a tese que defende e as razões que a justificam.		

## **Apêndice D. Quadro Ilustrativo de Registo das Capacidades de RM Mobilizadas**

**Quadro de registo das capacidades de RM mobilizadas pelos alunos nas produções escritas**

<b>Aluno:</b>			
<b>Tarefa 1. Assaltos</b>			
		<b>Q3.a)<sup>1</sup></b>	<b>Observações</b>
<b>A</b>	<b>A1.</b>		
	<b>A2.</b>		
<b>B</b>	<b>B1.</b>		
	<b>B2.</b>		
<b>C</b>	<b>C1.</b>		
<b>D</b>	<b>D1.</b>		
<b>E</b>	<b>E1.</b>		
	<b>E2.</b>		

---

<sup>1</sup> Formula uma conjectura acerca do número de roubos previsíveis para o ano 2000 e justifica a tua resposta.

## Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação Básica, Departamento de Educação Básica.
- Abrantes, P. (2002). A avaliação das aprendizagens no ensino básico. In P. Abrantes e F. Araújo (Coords.), *Avaliação das aprendizagens* (pp. 9-15). Lisboa: Ministério da Educação.
- Academia das Ciências de Lisboa (2001). *Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea* (volume 1). Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa e Editorial Verbo.
- Alarcão, I. (1991). *Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schon e os programas de formação de professores*. Aveiro: Cadernos CIDINE, 5 – 22.
- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador. Que sentido? Que formação?. In Bártolo Campos (Org.). *Formação profissional de professores no ensino superior* (pp 21 - 30). Porto: Porto Editora.
- Almeida, A. C. (2012). *Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico: um estudo correlacional*. Dissertação de Mestrado. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Alves, A. & Matos, J. (2008). *Educação matemática crítica na escola*. Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Disponível em <http://funes.uniandes.edu.co/1236/>, acedido em dezembro de 2013.
- Associação de Professores de Matemática (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática Parecer*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Azevedo, A. (2009). *O desenvolvimento do raciocínio matemático na aprendizagem de funções*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Balacheff, N. (1982). Preuve et démonstration en mathématiques au collège. *Recherches em Didactique des Matémathiques*, 3 (3), p. 261-304.

- Ball, D. & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. J. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for school mathematics* (pp. 27–44). Reston, VA: NCTM.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Bishop, A. J. & Goffree, F. (1986). Dinâmica e Organização da Sala de Aula (tradução). In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte, *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 309-365). Dordrecht: Reidel.
- Boavida, A. (2001). Um olhar sobre o ensino da demonstração em matemática. *Educação em Matemática*, 63, 11-15. Disponível em <http://comum.rcaap.pt/bitstream/123456789/5728/1/Um%20olhar%20sobre%20o%20ensino%20da%20demonstra%C3%A7%C3%A3o%20matem%C3%A1tica%20-%20pp.%2011-15.pdf>, acedido em dezembro de 2013.
- Boavida, A. (2008). Raciocinar para aprender e aprender a raciocinar. *Educação e Matemática*, 100 (1), 1.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC - Ministério da Educação.
- Boavida, A. & Menezes, L. (2012). Ensinar matemática desenvolvendo as capacidades de Resolver Problemas, Comunicar e Raciocinar: contornos e desafios. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 287 – 295). Portalegre: SPIEM.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J. (2001). *As investigações na aula de matemática: um projecto curricular no 8.º ano*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Cabrita, I. et al. (2010). *Experiências de aprendizagem matemática significantes*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

- Canavarro, A. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11–17.
- Canavarro, A. & Pinto, M. E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Quadrante*, XXI (2), 51–79.
- Caridade, C. (2012). Tecnologias de informação e comunicação para o enriquecimento no ensino/aprendizagem. In J. F. Matos et al. (orgs.), *Atas do II Congresso Internacional TIC e Educação* (pp. 945-960). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Colégio (2011- 2014). *Projeto Educativo*. Aveiro: Colégio.
- Colégio (2013/2014). *Projeto de Desenvolvimento Curricular*. Aveiro: Colégio.
- Colégio (2013/2014). *Plano de turma 6.º ano*. Aveiro: Colégio.
- Cortesão, L. (2002). Formas de ensinar, formas de avaliar. Breve análise de práticas correntes de avaliação. In P. Abrantes & F. Araújo (Coord.), *Avaliação das aprendizagens das concepções às práticas* (pp. 35-42). Lisboa: Ministério da Educação.
- Costa, A. (2008). Desenvolver a capacidade de argumentação dos estudantes: um objectivo pedagógico fundamental. *Revista Iberoamericana de Educación*. 46 (5), 1-8.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. & Vieira, S. (2009). Investigação-Ação: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas. *Psicologia Educação e Cultura*, 13 (2), 355 – 376.
- Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina, S.A.

- Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa (2013). *Parecer da ESE de Lisboa sobre a proposta de Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: ESE do Instituto Politécnico de Lisboa.
- Esteves, L. M. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Acção*. Porto: Porto Editora.
- Eurydice, Comissão Europeia (2012). *O Ensino da Matemática na Europa: Desafios Comuns e Políticas Nacionais*. Lisboa: DGEEC.
- Fernandes, D. (2008). *Avaliação das Aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas*. Lisboa: Texto Editores.
- Finnish National Board of Educations (2004). *National Core Curriculum for Basic Education*. Helsinki: Finnish National Board of Education.
- Fonseca, H., Brunheira, L. & Ponte, J. P. (1999). As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. In Comissão Organizadora do ProfMat 99 (ed.), *Actas do ProfMat* (pp. 91-101). Lisboa: APM.
- GAVE (2013). *Relatório – Provas Finais de Ciclo e Exames Finais Nacionais 2012*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional, Ministério da Educação e Ciência.
- Janela, M. A. (2012). *O (Novo) Programa de Matemática do Ensino Básico e o desenvolvimento do raciocínio geométrico no tópico Triângulos e quadriláteros*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Kilpatrick, J. & Swafford, J. (2004). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Leitão, S. (2007). Argumentação e Desenvolvimento do Pensamento Reflexivo. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 20 (3), 454-462. Disponível em [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-79722007000300013](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79722007000300013), acedido em fevereiro de 2014.
- Leite, C. & Delgado, F. (2012). Práticas Curriculares no ensino da matemática: Percepções de alunos do 9.º ano de escolaridade e sua relação com a contextualização curricular. *Interacções*, 8, 83–112.



- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (second edition). England: Pearson Education Limited.
- Matos, J. (2005). Matemática, educação e desenvolvimento social – questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em matemática. In L. Santos, A. P. Canavarro e J. Brocardo (Org.). *Educação e Matemática: caminhos e encruzilhadas* (pp. 69- 81). Lisboa: APM.
- Ministério da Educação (ME) (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral da Inovação e do Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação.
- Ministério da Educação e Ciência (MEC) (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico-Matemática*. Lisboa: Direção Geral da Educação, Ministério da Educação e Ciência.
- Ministério da Educação e Ciência (MEC) (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral da Educação, Ministério da Educação e Ciência.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2.<sup>a</sup> edição). Lisboa: APM. (obra original publicada em 2000).
- Nunes, C. & Ponte, J. P. (2005). A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da Matemática dos alunos do 3º ciclo do ensino básico. In J. Brocardo, F. Mendes, & A. M. Boavida (Eds.), *Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 103-123). Setúbal: APM.
- OCDE. (2011). *Lessons from PISA for the United States, Strong Performers and Successful Reformers in Education*. Paris: OCDE Publishing.
- OCDE (2014). *PISA 2012: Results In Focus. What 15-years-olds know and what they can do with what they know*. Paris: OCDE Publishing.
- Osborne, J. (2007). Science Education for the Twenty First Century. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(3), 173-184. Disponível em

[http://www.ejmste.com/v3n3/EJMSTE\\_v3n3\\_Osborne.pdf](http://www.ejmste.com/v3n3/EJMSTE_v3n3_Osborne.pdf), acedido em fevereiro de 2014.

Pereira, J. & Ponte, J. P. (2011). Raciocínio Matemático em contexto algébrico uma análise com alunos de 9.º ano. In M. H. Martinho, R. A. Ferreira, I. Vale & J. P. Ponte (Eds.), *Atas do EIEM — Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 347 – 364). Póvoa do Varzim.

Pinto, R. & Cabrita, I. (2005). TIC: produto, produtoras e provocadoras de mudanças no contexto educativo. In *Actas do Challenges'05: IV Conferência Internacional sobre Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação* (pp. 495-506). Braga: Centro de Competência Nónio Século XXI.

Ponte, J. P., Matos, J. M. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do Ensino Básico. In *GTI* (pp. 11–41). Lisboa: APM. Disponível em <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3174>, acedido em novembro de 2013.

Ponte, J. P., Pereira, J. M. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Práxis Educativa*, 7, 355–377. Disponível em <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4195316>, acedido em novembro de 2013.

ProjAVI (2012). *TIMSS 2011 – Principais Resultados em Matemática*. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos, Ministério da Educação e Ciência.

ProjAVI (2013). *PISA 2012: Portugal – Primeiros Resultados*. Lisboa: ProjAVI. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos, Ministério da Educação e Ciência.

- ProjAVI (s.d.). *PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000* (parte 1). Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.
- ProjAVI (s.d.). *PISA: Matemática – Itens Libertos 2006/ 2003/ 2000* (parte 2). Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.
- ProjAVI (s.d.). *PISA: Resolução de Problemas – Itens Libertos 2003*. Lisboa: Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.
- Quivy, R. & Campenhoudt, L. (1998). *Manual de Investigação em Ciências Sociais* (2.<sup>a</sup> edição). Lisboa: Gradiva.
- Rodrigues, M. (2009). As capacidades transversais no novo programa do ensino básico: desafios da sua integração. *Educação e Matemática*, 105, 38–40. Disponível em <http://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/1148>, acedido em dezembro de 2013.
- Roldão, M. do C. (2009). O lugar das competências no currículo – ou o currículo enquanto lugar das competências? *Educação Matemática Pesquisa*, 11, 585–596. Disponível em <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewArticle/2833>, acedido em dezembro de 2013.
- Russell, S. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1–12). Reston, VA: NCTM.
- Semana, L. & Santos, L. (2008). A Avaliação e o Raciocínio Matemático. *Educação e Matemática*, 100, 51 – 60.
- Silva, M. P. (2009). *Avaliação das aprendizagens dos alunos do 1.º CEB: impacte da formação em ensino experimental das ciências*. Dissertação de Mestrado. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Sociedade Portuguesa de Matemática (2012). *Parecer da SPM sobre o documento Metas Curriculares - Matemática - Ensino Básico*. Lisboa: SPM.
- Sociedade Portuguesa de Matemática (2013). *Parecer da SPM sobre o Programa de Matemática - Ensino Básico*. Lisboa: SPM.

- Stein, M. K. & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, 105, 22–28 (artigo original publicado em 1998).
- Tenbrink, T. D. (1984). *Evaluacion: Guia Practica para Profesores* (2.<sup>a</sup> edição). Madrid: Narcea, S. A. De Ediciones.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Normas sociomatemáticas, argumentação e autonomia em matemática (tradução). *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. Disponível em [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/yackel-cobb\(pt\)%2096.pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/yackel-cobb(pt)%2096.pdf), acedido em janeiro de 2014.
- Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in Mathematics classrooms. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed.). *Actas da 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-24). Utrecht: Utrecht University.

### **Legislação Consultada**

- Lei n.º 46/86, de 14 de outubro. (Lei de Bases do Sistema Educativo). Diário da República.
- Lei n.º 3/2008, de 7 de janeiro. (Adequação do Processo Educativo às Necessidades Educativas Especiais dos alunos). Diário da República.